Arquitectura de Computadores I

Análise e Concepção de Circuito Combinacionais

António M. Gonçalves Pinheiro

Departamento de Física
Universidade da Beira Interior
Covilhã - Portugal

pinheiro@ubi.pt

Concepção de Sistemas Combinacionais

Sistema de controlo de Limpa Para-brisas

Pretende-se projectar um sistema digital de controlo para um Limpa Para-brisas de um automóvel. Considere que o sistema tem disponível as variáveis digitais:

- C_1, C_0 - Comutador que sinaliza a programação do limpa para-brisas (ver tabela ao lado).
- I - que sinaliza (=1) que a ignição do carro está ligada.
- S - sensor de chuva (=1) presente no vidro para-brisas.

C_1	C_0	Velocidade Pretendida
0	0	Parado
0	1	Automático
1	0	Intermitente
1	1	Permanente

Pretende-se que o sistema controle o modo de funcionamento do limpa para-brisas segundo a tabela ao lado

MF_1	MF_0	Modo de Funcionamento
0	0	Parado
0	1	Intermitente
1	0	Permanente

Considere que quando o Comutador está em Automático o modo de funcionamento do limpa para-brisas deve ser "permanente", caso seja detectada chuva.

Desenhe um circuito lógico que gere MF_1 e MF_0.

Concepção de Sistemas Combinacionais

Resolução

Variáveis Independentes (Entrada)

C_1, C_0 - Comutador

C_1	C_0	
0	0	Parado
0	1	Automático
1	0	Intermitente
1	1	Permanente

S - Sensor

I - Ignição

Variáveis Dependentes (Saída)

MF_1, **MF_0** - Modo de Funcionamento

MF_1	MF_0	
0	0	Parado
0	1	Intermitente
1	0	Permanente

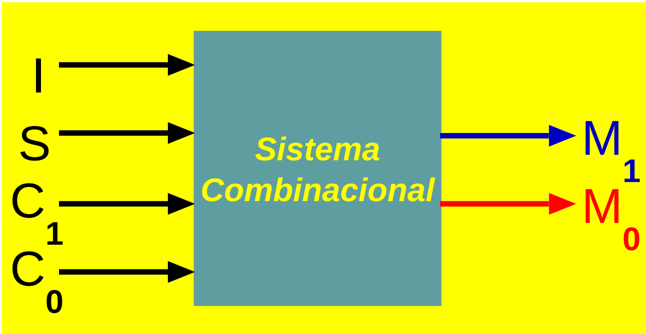


Tabela de Verdade

	I	S	C_1	C_0	MF_1	MF_0
0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0
2	0	0	1	0	0	0
3	0	0	1	1	0	0
4	0	1	0	0	0	0
5	0	1	0	1	0	0
6	0	1	1	0	0	0
7	0	1	1	1	0	0
8	1	0	0	0	0	0
9	1	0	0	1	0	0
10	1	0	1	0	0	1
11	1	0	1	1	1	0
12	1	1	0	0	0	0
13	1	1	0	1	1	0
14	1	1	1	0	0	1
15	1	1	1	1	1	0

Concepção de Sistemas Combinacionais

Resolução

Tabela de Verdade

	I	S	C_1	C_0	MF_1	MF_0	
0	0	0	0	0	**0**	**0**	
1	0	0	0	1	**0**	**0**	
2	0	0	1	0	**0**	**0**	
3	0	0	1	1	**0**	**0**	
4	0	1	0	0	**0**	**0**	
5	0	1	0	1	**0**	**0**	
6	0	1	1	0	**0**	**0**	
7	0	1	1	1	**0**	**0**	
8	1	0	0	0	**0**	**0**	
9	1	0	0	1	**0**	**0**	
10	1	0	1	0	**0**	**1**	$I \cdot \overline{S} \cdot C_1 \cdot \overline{C_0}$
11	1	0	1	1	**1**	**0**	$I \cdot \overline{S} \cdot C_1 \cdot C_0$
12	1	1	0	0	**0**	**0**	
13	1	1	0	1	**1**	**0**	$I \cdot S \cdot \overline{C_1} \cdot C_0$
14	1	1	1	0	**0**	**1**	$I \cdot S \cdot C_1 \cdot \overline{C_0}$
15	1	1	1	1	**1**	**0**	$I \cdot S \cdot C_1 \cdot C_0$

MF_1, **MF_0** - Modo de Funcionamento

$$MF_0 = I \cdot \overline{S} \cdot C_1 \cdot \overline{C_0} + I \cdot S \cdot C_1 \cdot \overline{C_0}$$
$$MF_1 = I \cdot \overline{S} \cdot C_1 \cdot C_0 + I \cdot S \cdot \overline{C_1} \cdot C_0 + I \cdot S \cdot C_1 \cdot C_0$$

Nota Teórica

Primeira Fórmula Canónica da Algebra de Boole

$$f = \sum_{i=0}^{2^n-1} f_i \cdot m_i$$

- f_i - valor da função f na linha i da tabela de verdade.
- m_i - mintermo de ordem i (função lógica que só é 1 na linha i da tabela de verdade).
- n - número de variáveis lógicas independentes.

Exemplo: **MF_0=** $m_{10} + m_{14}$; **MF_1=** $m_{11} + m_{13} + m_{15}$

Concepção de Sistemas Combinacionais

Resolução

Tabela de Verdade

	I	S	C_1	C_0	MF_1	MF_0	
0	0	0	0	0	0	0	
1	0	0	0	1	0	0	
2	0	0	1	0	0	0	
3	0	0	1	1	0	0	
4	0	1	0	0	0	0	
5	0	1	0	1	0	0	
6	0	1	1	0	0	0	
7	0	1	1	1	0	0	
8	1	0	0	0	0	0	
9	1	0	0	1	0	0	
10	1	0	1	0	0	1	$I \cdot \overline{S} \cdot C_1 \cdot \overline{C_0}$
11	1	0	1	1	1	0	$I \cdot \overline{S} \cdot C_1 \cdot C_0$
12	1	1	0	0	0	0	
13	1	1	0	1	1	0	$I \cdot S \cdot \overline{C_1} \cdot C_0$
14	1	1	1	0	0	1	$I \cdot S \cdot C_1 \cdot \overline{C_0}$
15	1	1	1	1	1	0	$I \cdot S \cdot C_1 \cdot C_0$

MF_1, MF_0 - Modo de Funcionamento

$$MF_0 = I \cdot \overline{S} \cdot C_1 \cdot \overline{C_0} + I \cdot S \cdot C_1 \cdot \overline{C_0}$$
$$MF_0 = I \cdot C_1 \cdot \overline{C_0} \cdot (\overline{S} + S)$$
$$MF_0 = I \cdot C_1 \cdot \overline{C_0}$$

$$MF_1 = I \cdot \overline{S} \cdot C_1 \cdot C_0 + I \cdot S \cdot \overline{C_1} \cdot C_0 + I \cdot S \cdot C_1 \cdot C_0$$
$$MF_1 = I \cdot \overline{S} \cdot C_1 \cdot C_0 + I \cdot S \cdot C_1 \cdot C_0 +$$
$$I \cdot S \cdot \overline{C_1} \cdot C_0 + I \cdot S \cdot C_1 \cdot C_0$$
$$MF_1 = I \cdot C_1 \cdot C_0 \cdot (\overline{S}+S) + I \cdot S \cdot C_0 \cdot (\overline{C_1} + C_1)$$
$$MF_1 = I \cdot C_1 \cdot C_0 + I \cdot S \cdot C_0$$

$$\Downarrow$$

MAPAS DE KARNAUGH

Concepção de Sistemas Combinacionais

Resolução

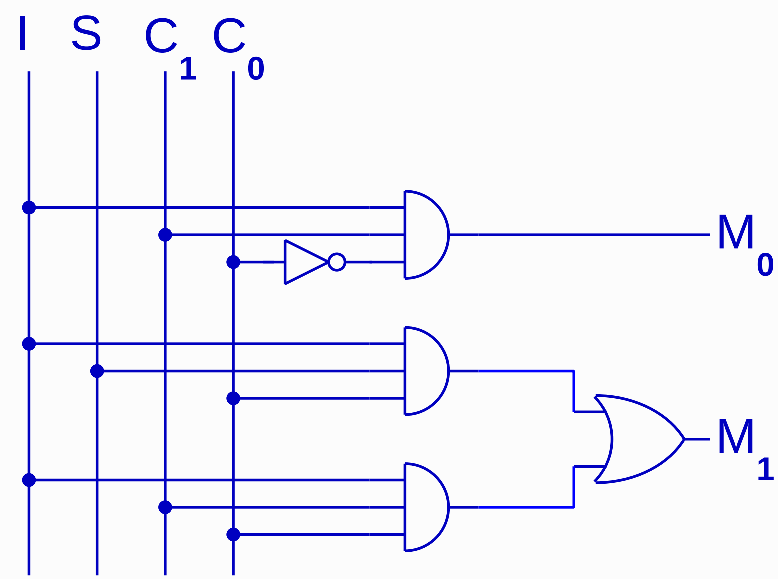
Tabela de Verdade

	I	S	C_1	C_0	MF_1	MF_0
0	0	0	0	0	**0**	**0**
1	0	0	0	1	**0**	**0**
2	0	0	1	0	**0**	**0**
3	0	0	1	1	**0**	**0**
4	0	1	0	0	**0**	**0**
5	0	1	0	1	**0**	**0**
6	0	1	1	0	**0**	**0**
7	0	1	1	1	**0**	**0**
8	1	0	0	0	**0**	**0**
9	1	0	0	1	**0**	**0**
10	1	0	1	0	**0**	**1**
11	1	0	1	1	**1**	**0**
12	1	1	0	0	**0**	**0**
13	1	1	0	1	**1**	**0**
14	1	1	1	0	**0**	**1**
15	1	1	1	1	**1**	**0**

$\mathbf{MF}_1$, $\mathbf{MF}_0$ - Modo de Funcionamento

$$\mathbf{MF}_0 = \mathbf{I} \cdot \mathbf{C}_1 \cdot \mathbf{C}_0$$

$$\mathbf{MF}_1 = \mathbf{I} \cdot \mathbf{C}_1 \cdot \mathbf{C}_0 + \mathbf{I} \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{C}_0$$



Mapas de Karnaugh

Mapa de Karnaugh

Representa a tabela de verdade de forma a que as simplificações fiquem adjacentes, e como tal, sejam facilmente identificáveis.

Nota: **Códigos de Gray ou Refletidos**
Estes códigos têm a particularidadede de que entre duas linhas consecutivas, só muda o valor de um bit.
Nota: Nas simplificações efectuadas no exemplo anterior só existe também a alteração de um bit.

0	**00**	00	**000**	000	**0000**
1	**01**	01	**001**	001	**0001**
1	**11**	11	**011**	011	**0011**
0	**10**	10	**010**	010	**0010**
		10	**110**	110	**0110**
		11	**111**	111	**0111**
		01	**101**	101	**0101**
		00	**100**	100	**0100**
				100	**1100**
				101	**1101**
				111	**1111**
				110	**1110**
				010	**1010**
				011	**1011**
				001	**1001**
				000	**1000**

	I	S	C_1	C_0	$\mathbf{MF_0}$	
10	1	**0**	1	0	**1**	$I \cdot \overline{S} \cdot C_1 \cdot \overline{C_0}$
11	1	0	1	1	**0**	
12	1	1	0	0	**0**	
13	1	1	0	1	**0**	
14	1	**1**	1	0	**1**	$I \cdot S \cdot C_1 \cdot \overline{C_0}$
15	1	1	1	1	**0**	

$$\mathbf{MF_0 = I \cdot \overline{S} \cdot C_1 \cdot \overline{C_0} + I \cdot S \cdot C_1 \cdot \overline{C_0}}$$

$$\mathbf{MF_0 = I \cdot C_1 \cdot \overline{C_0}}$$

Mapas de Karnaugh

	A	B	C	D	F
0	0	0	0	0	f_0
1	0	0	0	1	f_1
2	0	0	1	0	f_2
3	0	0	1	1	f_3
4	0	1	0	0	f_4
5	0	1	0	1	f_5
6	0	1	1	0	f_6
7	0	1	1	1	f_7
8	1	0	0	0	f_8
9	1	0	0	1	f_9
10	1	0	1	0	f_{10}
11	1	0	1	1	f_{11}
12	1	1	0	0	f_{12}
13	1	1	0	1	f_{13}
14	1	1	1	0	f_{14}
15	1	1	1	1	f_{15}

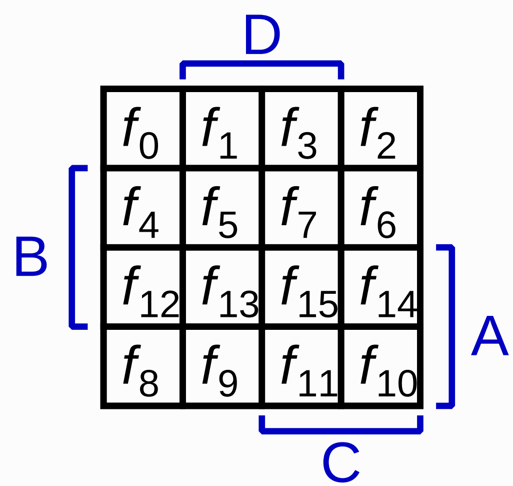
		0	0	1	1	C
		0	1	1	0	D
0	0	f_0				
0	1			f_7		
1	1				f_{14}	
1	0				f_{10}	
A	B					

Mapas de Karnaugh

	A	B	C	D	F
0	0	0	0	0	f_0
1	0	0	0	1	f_1
2	0	0	1	0	f_2
3	0	0	1	1	f_3
4	0	1	0	0	f_4
5	0	1	0	1	f_5
6	0	1	1	0	f_6
7	0	1	1	1	f_7
8	1	0	0	0	f_8
9	1	0	0	1	f_9
10	1	0	1	0	f_{10}
11	1	0	1	1	f_{11}
12	1	1	0	0	f_{12}
13	1	1	0	1	f_{13}
14	1	1	1	0	f_{14}
15	1	1	1	1	f_{15}

		0	0	1	1	C
		0	1	1	0	D
0	0	f_0	f_1	f_3	f_2	
0	1	f_4	f_5	f_7	f_6	
1	1	f_{12}	f_{13}	f_{15}	f_{14}	
1	0	f_8	f_9	f_{11}	f_{10}	
A	B					

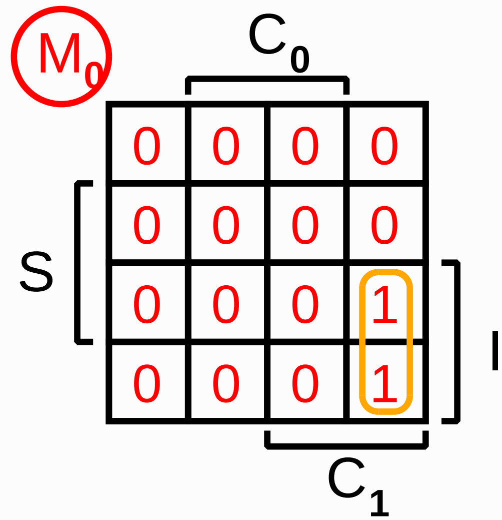
Simplificação Simbólica



Mapas de Karnaugh

Exemplo do controlo do limpa para-brisas

	I	S	C_1	C_0	MF_1	MF_0
0	0	0	0	0	**0**	**0**
1	0	0	0	1	**0**	**0**
2	0	0	1	0	**0**	**0**
3	0	0	1	1	**0**	**0**
4	0	1	0	0	**0**	**0**
5	0	1	0	1	**0**	**0**
6	0	1	1	0	**0**	**0**
7	0	1	1	1	**0**	**0**
8	1	0	0	0	**0**	**0**
9	1	0	0	1	**0**	**0**
10	1	0	1	0	**0**	**1**
11	1	0	1	1	**1**	**0**
12	1	1	0	0	**0**	**0**
13	1	1	0	1	**1**	**0**
14	1	1	1	0	**0**	**1**
15	1	1	1	1	**1**	**0**



$$MF_0 = I \cdot \overline{S} \cdot C_1 \cdot \overline{C_0} + I \cdot S \cdot C_1 \cdot \overline{C_0}$$

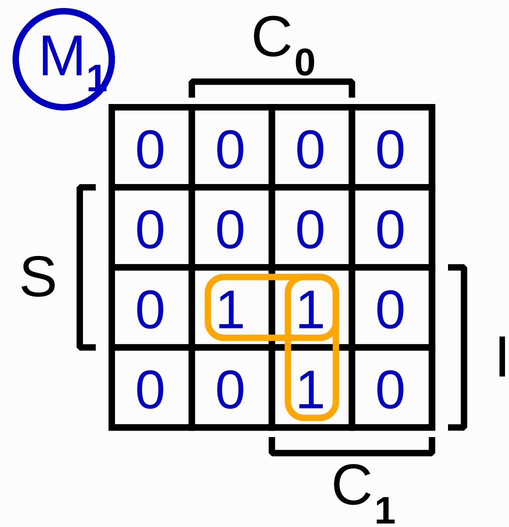
$$MF_0 = I \cdot C_1 \cdot \overline{C_0} \cdot (\overline{S} + S)$$

$$MF_0 = I \cdot C_1 \cdot \overline{C_0}$$

Mapas de Karnaugh

Exemplo do controlo do limpa para-brisas

	I	S	C_1	C_0	MF_1	MF_0
0	0	0	0	0	**0**	**0**
1	0	0	0	1	**0**	**0**
2	0	0	1	0	**0**	**0**
3	0	0	1	1	**0**	**0**
4	0	1	0	0	**0**	**0**
5	0	1	0	1	**0**	**0**
6	0	1	1	0	**0**	**0**
7	0	1	1	1	**0**	**0**
8	1	0	0	0	**0**	**0**
9	1	0	0	1	**0**	**0**
10	1	0	1	0	**0**	**1**
11	1	0	1	1	**1**	**0**
12	1	1	0	0	**0**	**0**
13	1	1	0	1	**1**	**0**
14	1	1	1	0	**0**	**1**
15	1	1	1	1	**1**	**0**



$$MF_1 = I \cdot \overline{S} \cdot C_1 \cdot C_0 + I \cdot S \cdot \overline{C_1} \cdot C_0 + I \cdot S \cdot C_1 \cdot C_0$$

$$MF_1 = I \cdot \overline{S} \cdot C_1 \cdot C_0 + I \cdot S \cdot C_1 \cdot C_0 +$$
$$I \cdot S \cdot \overline{C_1} \cdot C_0 + I \cdot S \cdot C_1 \cdot C_0$$

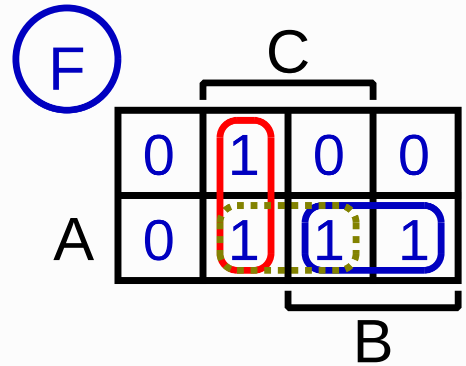
$$MF_1 = I \cdot C_1 \cdot C_0 \cdot (\overline{S}+S) + I \cdot S \cdot C_0 \cdot (\overline{C_1} + C_1)$$

$$MF_1 = I \cdot C_1 \cdot C_0 + I \cdot S \cdot C_0$$

Mapas de Karnaugh

Exemplo da Condição de Matrícula

	A	B	C	F
0	0	0	0	**0**
1	0	0	1	**1**
2	0	1	0	**0**
3	0	1	1	**0**
4	1	0	0	**0**
5	1	0	1	**1**
6	1	1	0	**1**
7	1	1	1	**1**



$$F = \mathbf{A \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot \overline{C}} + \mathbf{A \cdot \overline{B} \cdot C + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C}$$

$$F = (\ \mathbf{A \cdot B} + \mathbf{\overline{B} \cdot C}) + A \cdot C$$

$$F = (\ \mathbf{A \cdot B} + \mathbf{\overline{B} \cdot C})$$

Mapas de Karnaugh

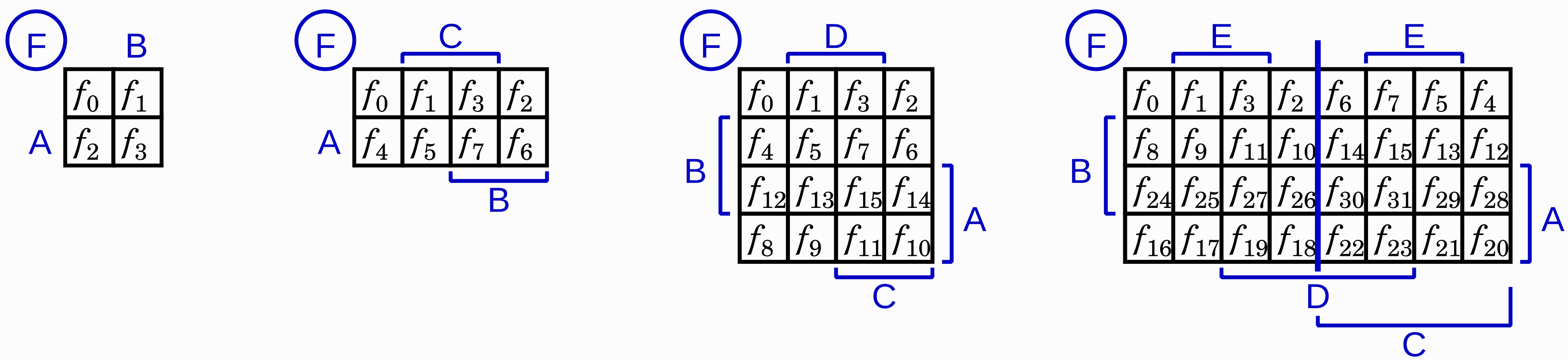
Mapas de Karnaugh para diferente número de variáveis independentes

F	0	1	B
A = 0	f_0	f_1	
A = 1	f_2	f_3	

F		0	0	1	1	B
		0	1	1	0	C
A	0	f_0	f_1	f_3	f_2	
A	1	f_4	f_5	f_7	f_6	

F		0	0	1	1	C
A	B	0	1	1	0	D
0	0	f_0	f_1	f_3	f_2	
0	1	f_4	f_5	f_7	f_6	
1	1	f_{12}	f_{13}	f_{15}	f_{14}	
1	0	f_8	f_9	f_{11}	f_{10}	

F		0	0	0	0	1	1	1	1	C
		0	0	1	1	1	1	0	0	D
A	B	0	1	1	0	0	1	1	0	E
0	0	f_0	f_1	f_3	f_2	f_6	f_7	f_5	f_4	
0	1	f_8	f_9	f_{11}	f_{10}	f_{14}	f_{15}	f_{13}	f_{12}	
1	1	f_{24}	f_{25}	f_{27}	f_{26}	f_{30}	f_{31}	f_{29}	f_{28}	
1	0	f_{16}	f_{17}	f_{19}	f_{18}	f_{22}	f_{23}	f_{21}	f_{20}	



Mapas de Karnaugh

Técnica de preenchimento dos Mapas de Karnaugh

F — C; A; B

f_0	f_1	f_3	f_2
f_4	f_5	f_7	f_6

F — D; B; A; C

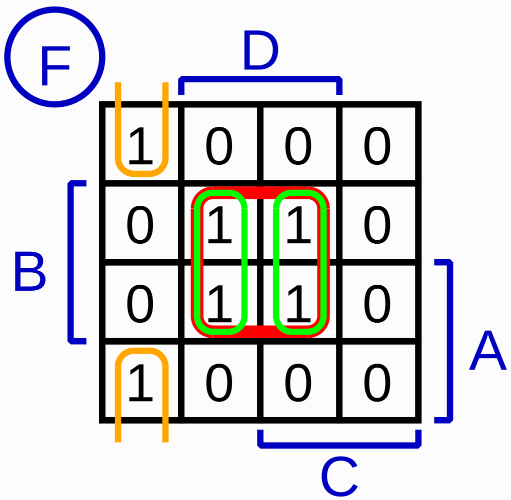
f_0	f_1	f_3	f_2
f_4	f_5	f_7	f_6
f_{12}	f_{13}	f_{15}	f_{14}
f_8	f_9	f_{11}	f_{10}

F — E; E; B; A; D; C

f_0	f_1	f_3	f_2	f_6	f_7	f_5	f_4
f_8	f_9	f_{11}	f_{10}	f_{14}	f_{15}	f_{13}	f_{12}
f_{24}	f_{25}	f_{27}	f_{26}	f_{30}	f_{31}	f_{29}	f_{28}
f_{16}	f_{17}	f_{19}	f_{18}	f_{22}	f_{23}	f_{21}	f_{20}

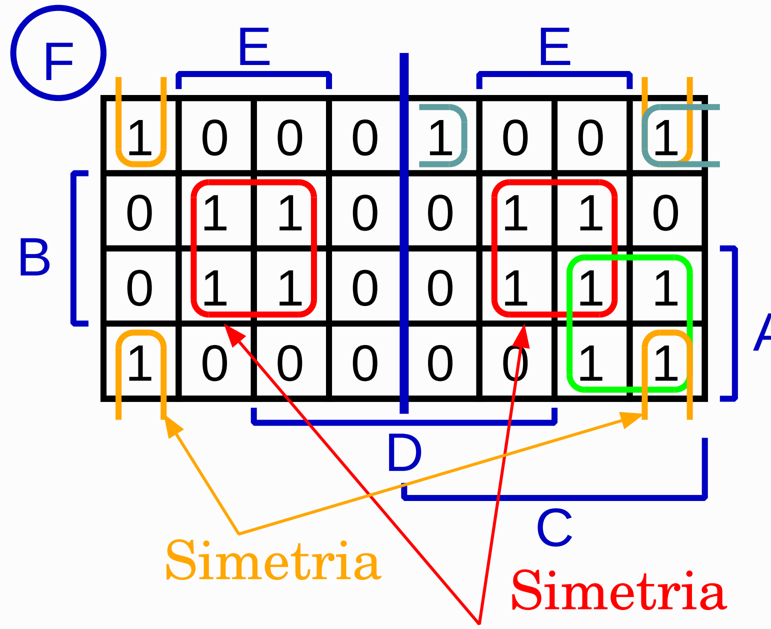
Mapas de Karnaugh

Tipos de Agrupamentos



$F = \bar{B}\,\bar{C}\,\bar{D} + (B\bar{C}D + BCD)$

$F = \bar{B}\,\bar{C}\,\bar{D} + BD$



$F = (B\,\bar{C}\,E + B\,C\,E) + (\bar{B}\,\bar{C}\,\bar{D}\,\bar{E} + \bar{B}\,C\,\bar{D}\,\bar{E}) + A\,C\,\bar{D} + \bar{A}\,\bar{B}\,C\,\bar{E}$

$F = BE + \bar{B}\,\bar{D}\,\bar{E} + A\,C\,\bar{D} + + \bar{A}\,\bar{B}\,C\,\bar{E}$

Agrupamentos em Mapas de 5 Variáveis

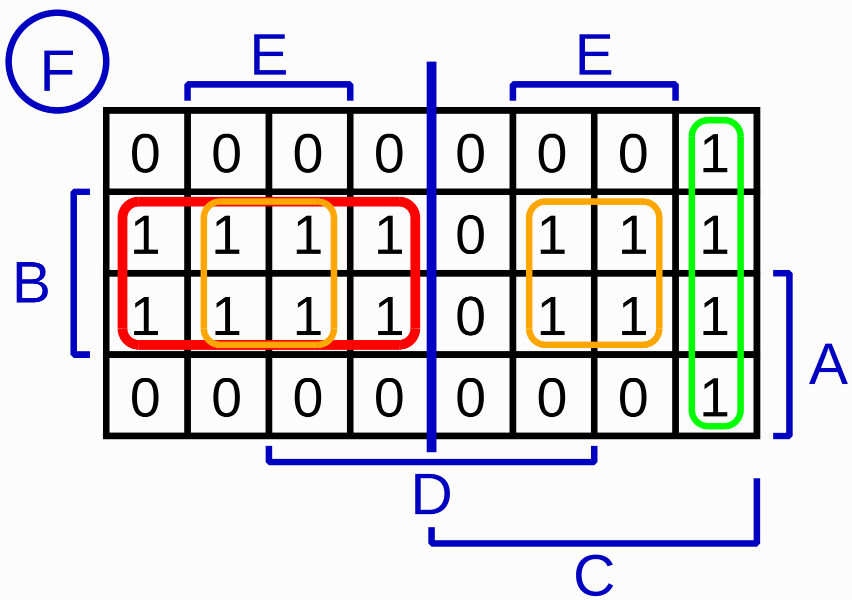
- Fazer os agrupamentos de cada lado da linha de simetria como se fazem num mapa de 4 variáveis.
- Sempre que possível para cada agrupamento juntar o agrupamento simétrico.

Mapas de Karnaugh

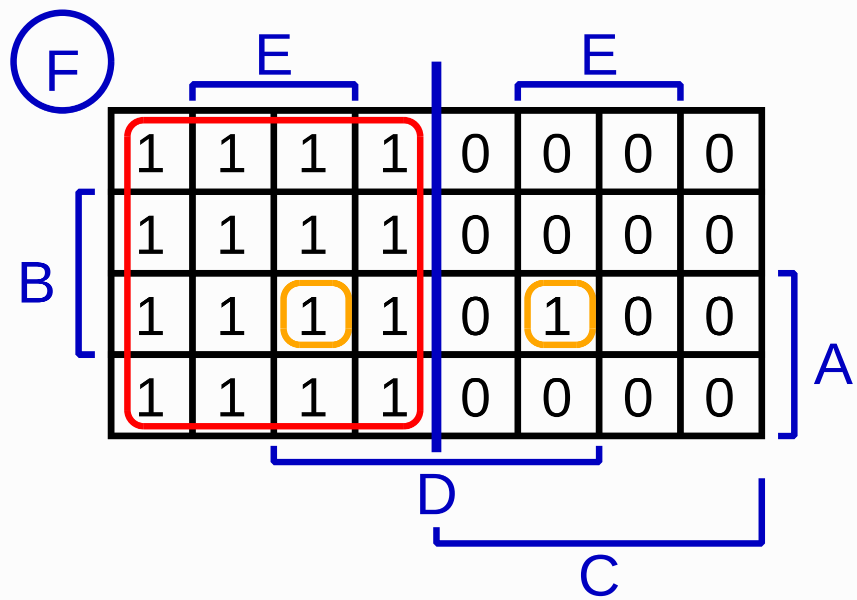
Tipos de Agrupamentos (continuação)

Dimensão de cada agrupamento

- Podem-se fazer agrupamentos de 1, 2, 4, 8, 16... (Potências de 2)
- Os agrupamentos resultam sempre por agrupamento de dois agrupamentos com metade da dimensão.



$F = B\,\overline{C} + B\,E + C\,\overline{D}\,\overline{E}$



$F = \overline{C} + A\,B\,D\,E$