

# Análise e Processamento de Sinal e Imagem

## IV - Processamento e Análise de Imagem I

António M. Gonçalves Pinheiro

Departamento de Física  
Universidade da Beira Interior  
Covilhã - Portugal

pinheiro@ubi.pt

## Processamento e Análise de Imagem

---

### Processamento de Imagem - Introdução

1. Aquisição e Representação de Imagem
2. Convolução espacial e Filtragem de Imagem
3. Transformadas Bidimensionais
4. Análise Espectral de Imagem

### Processamento de Imagem - Filtragem

1. Filtro FIR bidimensionais
2. Enriquecimento e Filtragem de Imagem
3. Morfologia de Imagem Binária e Multinível
4. Filtros estimadores óptimos bidimensionais  
(Wiener e Kalman)

## Introdução à Análise e Processamento de Imagem

---

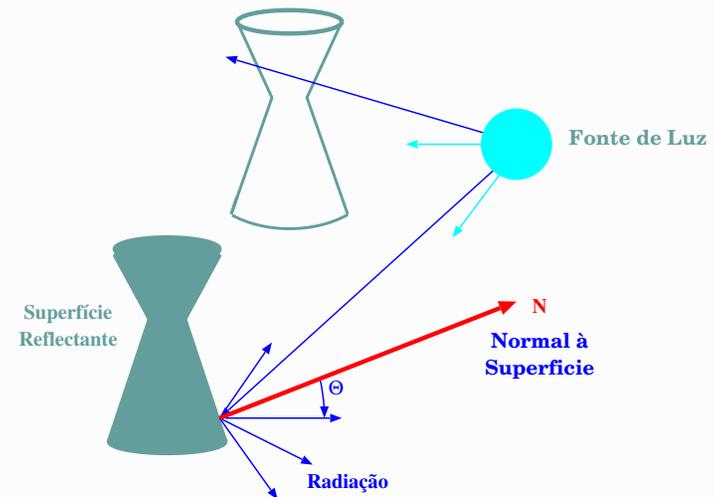
### Bibliografia

1. Linda G. Shapiro and George C. Stockman, *Computer Vision*, Prentice Hall, 2001, ISBN: 0-13-030796-3
2. John W. Woods, *Multidimensional Signal, Image and Video Processing and Coding*, Elsevier Academic Press, 2006, ISBN: 0-12-088516-6.
3. William K. Pratt, *Digital Image Processing*, John Wiley & Sons, 3rd edition, 2001.

## Introdução à Análise e Processamento de Imagem

### Introdução

- Visão Humana oferece uma enorme percepção do Mundo que nos rodeia.
- A luz reflete/atravessa os objectos criando uma imagem na retina de cada um dos olhos.
- Um conjunto de componentes cria uma estrutura 3D na mente humana:
  - Cena com Objectos
  - Iluminação dos Objectos
  - Sensação da iluminação:
    - \* luz refletida pelos objectos
    - \* luz que atravessa os objectos



# Introdução à Análise e Processamento de Imagem

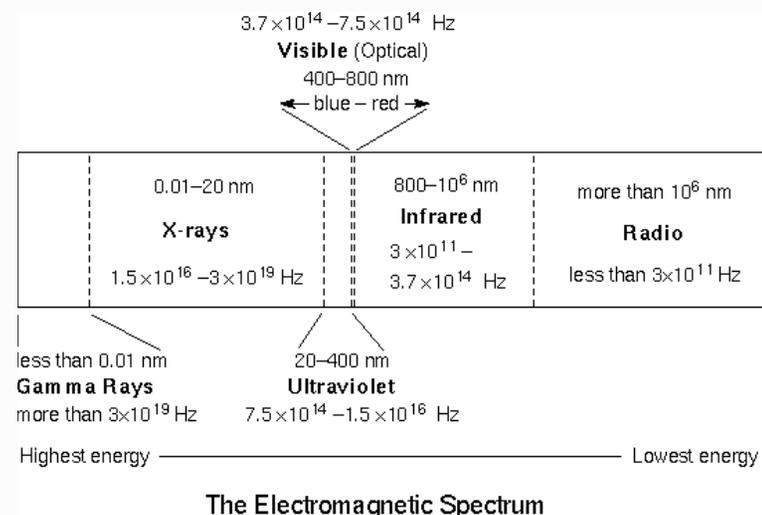
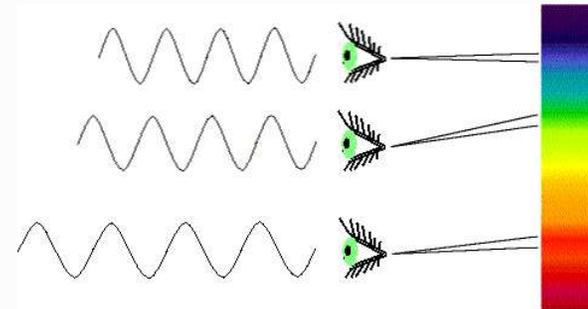
## Sensores de Luz

Receptores químicos do olho humano são sensíveis à radiação (luminosa)

- Comprimentos de onda ( $\lambda$ )  $\in [400\text{nm}, 700\text{nm}]$  (violeta ao vermelho);

Aparelhos sensíveis à Radiação Electromagnética

- Ondas de Rádio;
- Raios X;
- Microondas.

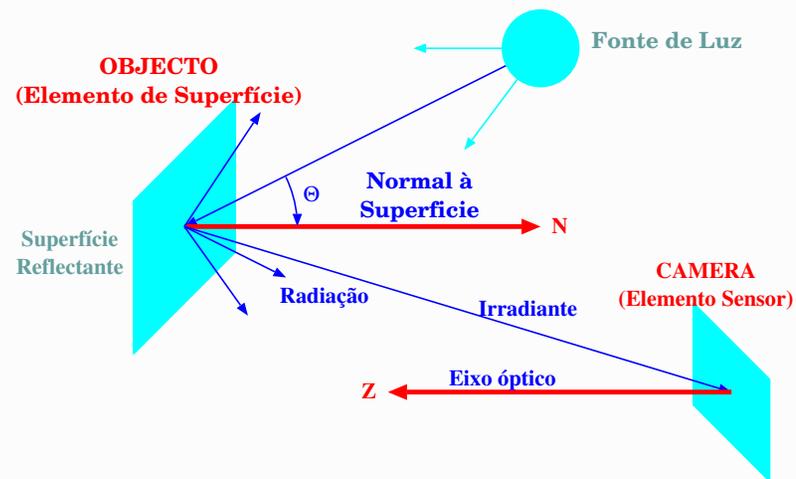


## Introdução à Análise e Processamento de Imagem

### Sensores de Luz

#### Equipamentos Detectores

- Sensores CCD (Charged Coupled Device) detectam luz visível; detectam  $\lambda > 700\eta m$  (Infravermelhos);
- para  $\lambda$  muito pequeno: Raios X;
- para ondas muito longas.

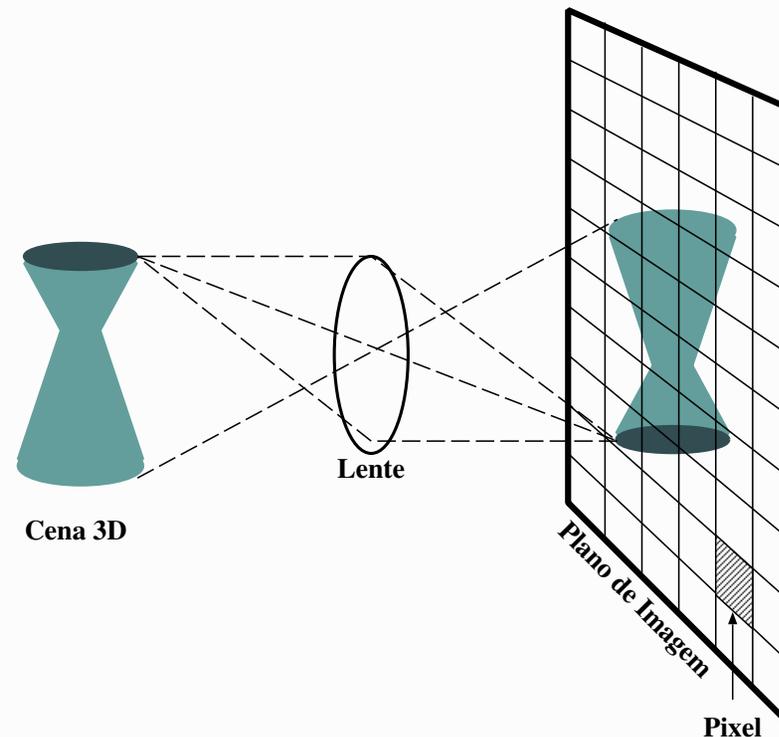


## Introdução à Análise e Processamento de Imagem

### Camera CCD

Composta por células de estado sólido que convertem energia da luz em energia eléctrica.

- Cada célula
  - converte a energia luminosa que recebe numa carga eléctrica;
  - gera um **pixel** de uma imagem digital;
- Forma-se uma imagem digital de  $N \times M$ 
  - $512 \times 512$
  - $480 \times 640$
  - $768 \times 1366$
  - $1080 \times 1920$



# Introdução à Análise e Processamento de Imagem

Camera CCD

Ampliação de Troços de Imagem

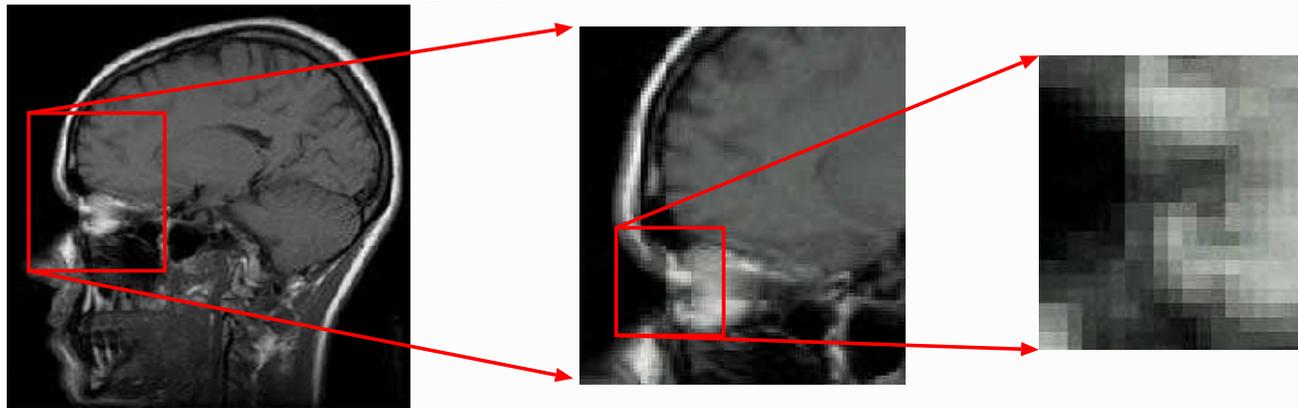


Imagem com diferentes definições



## Introdução à Análise e Processamento de Imagem

---

### Ferramentas de Processamento de Imagem - Cor

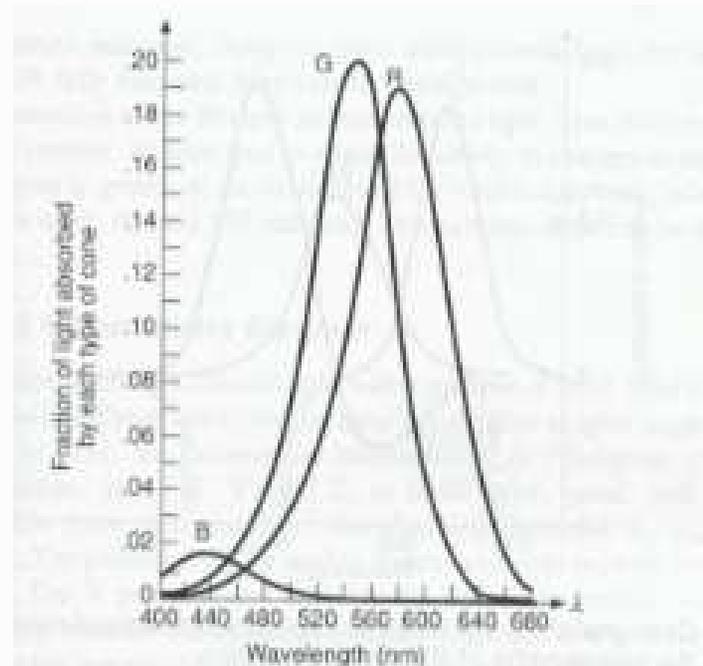
- Cor Monocromática - Resulta de apenas de um comprimento de onda  
(A maioria das cores que nós vemos não são monocromáticas - Resultam da combinação de várias cores monocromáticas)
- Crominância - informação de cor;
- Luminância - mede a luz ou o brilho da cor.

## Introdução à Análise e Processamento de Imagem

### Ferramentas de Processamento de Imagem - Cor

Nos Humanos a percepção de cor resulta de:

- Três tipos de cones, sensíveis respectivamente à cor *Vermelha*, *Verde* e *Azul*
- Esta decomposição origina o modelo de cor RGB.

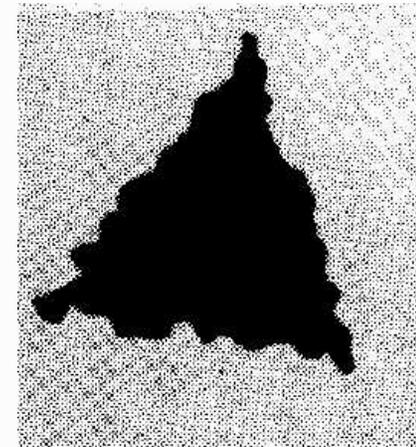
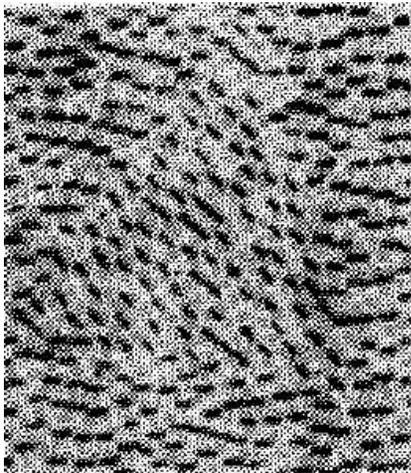


## Introdução à Análise e Processamento de Imagem

### Ferramentas de Processamento de Imagem - Texturas

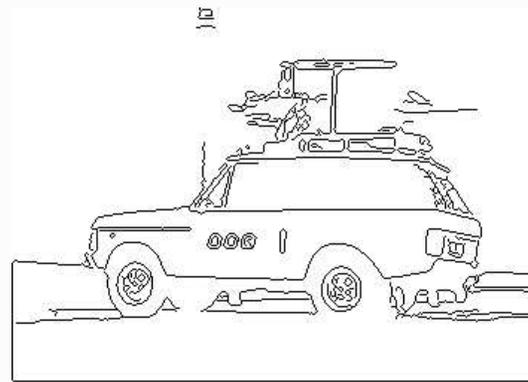
São usualmente processadas por filtros de Gabor (exemplo - reconhecimento baseado na íris do olho)  
Várias características, das que se destacam:

- Frequência
- Direcção



## Introdução à Análise e Processamento de Imagem

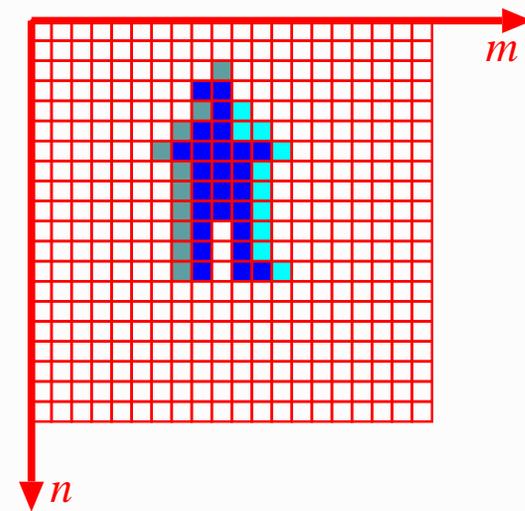
### Ferramentas de Processamento de Imagem - Detecção de Arestas e Segmentação



# Introdução à Análise e Processamento de Imagem

## Noções Básicas de Processamento de Imagem

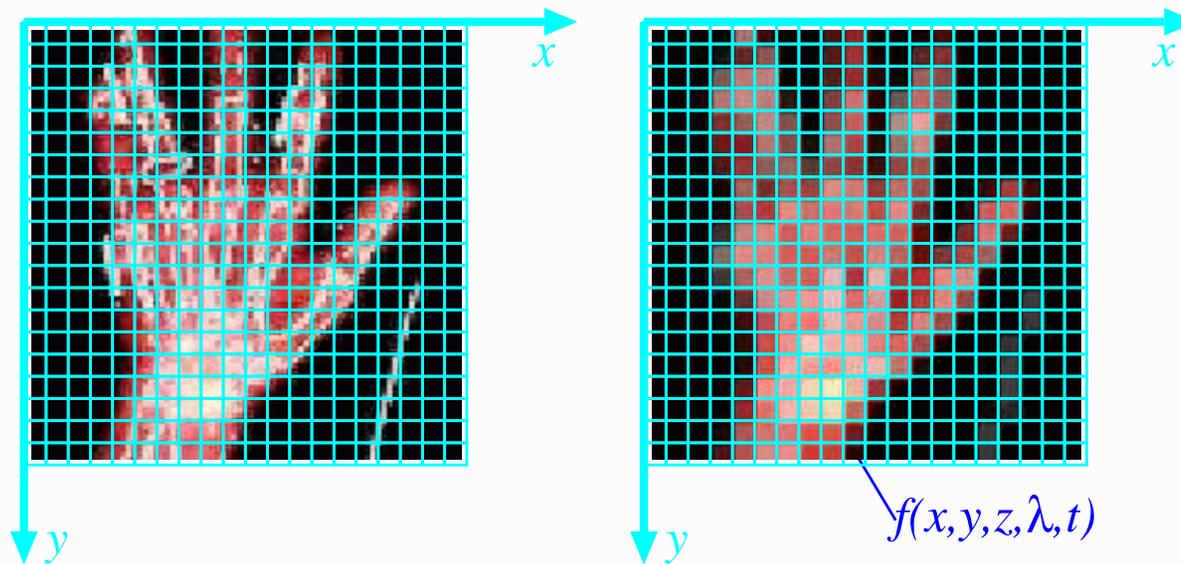
- Imagem considerada uma Matriz **I** de Pixels (**P**icture **E**lements)
- com  $N$  Linhas e  $M$  Colunas
- cada pixel  $I[n, m]$  representa uma medida que depende de várias variáveis, como:
  - Cor ( $\lambda$ )
  - Profundidade ( $z$ )
  - tempo ( $t$ )



## Introdução à Análise e Processamento de Imagem

### Noções Básicas de Processamento de Imagem

A imagem obtida pelo sensor, vai passar por um processo de **quantificação** que a converte numa imagem digital de  $N \times M$  pixels.



## Introdução à Análise e Processamento de Imagem

### Noções Básicas de Processamento de Imagem - Representação de Imagem

#### Imagem Representada por Matriz

$$\text{Img} = \begin{bmatrix}
 \text{Img}[0, 0] & \text{Img}[0, 1] & \dots & \dots & \text{Img}[0, M - 1] \\
 \text{Img}[1, 0] & \text{Img}[1, 1] & \dots & \dots & \text{Img}[1, M - 1] \\
 \text{Img}[2, 0] & \text{Img}[2, 1] & \dots & \dots & \text{Img}[2, M - 1] \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 \text{Img}[N - 1, 0] & \text{Img}[N - 1, 1] & \dots & \dots & \text{Img}[N - 1, M - 1]
 \end{bmatrix}$$

em que:

- $M$  é o número de colunas da imagem  
(número de pixels de cada linha da imagem)
- $N$  é o número de linhas da imagem
- $\text{Img}[n, m]$  representa a intensidade do pixel:

## Introdução à Análise e Processamento de Imagem

Noções Básicas de Processamento de Imagem - Representação de Imagem

Intensidade do Pixel -  $Img[n, m]$

### 1. Imagem Binária

- ◇ 0 → Fundo da imagem (Background)
- ◇ 1 → Relevo da imagem (Foreground)



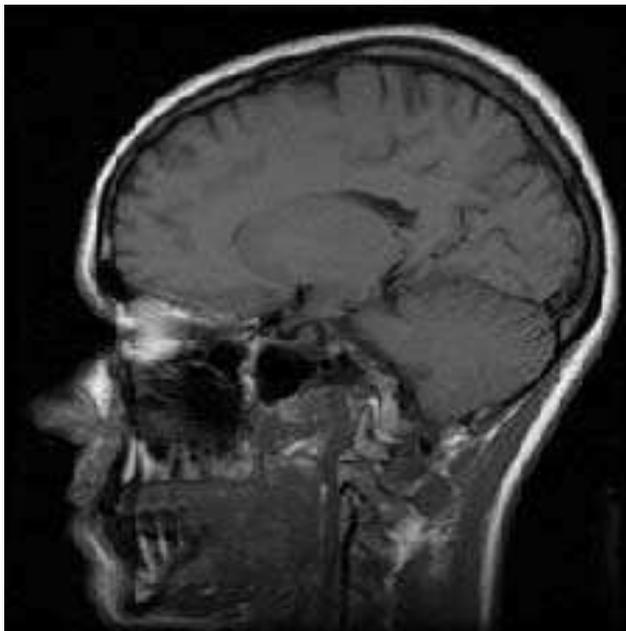
## Introdução à Análise e Processamento de Imagem

Noções Básicas de Processamento de Imagem - Representação de Imagem

Intensidade do Pixel -  $Img[n, m]$

### 2. Imagem Multinível

- ◇ 0 → Preto
- ◇ 255 → Branco
- ◇ valores intermédios originam níveis de cinzento intermédios



# Introdução à Análise e Processamento de Imagem

## Noções Básicas de Processamento de Imagem

Valores Comuns		
PARÂMETRO	SÍMBOLO	VALORES TÍPICOS
LINHAS	<b>N</b>	256, 512, <b>525</b> , <b>625</b> , 768, 900, 1024, <b>1080</b> , 2592
COLUNAS	<b>M</b>	256, 512, 768, 1024, 1440, <b>1366</b> , <b>1920</b> , 3888
NÚMERO DE NÍVEIS DE QUANTIFICAÇÃO	<b>L</b>	2, 64, <b>256</b> , 1024, 4096, $2^{16} = 65536$ , $2^{24}$

# Introdução à Análise e Processamento de Imagem

---

## Tecnologia Digital de Imagem

- Processamento de Imagem  
*Imagem à Entrada → Imagem à Saída*
- Análise de Imagem  
*Imagem à Entrada → Medidas à Saída*
- Compreensão de Imagem  
*Imagem à Entrada → Descrição de Alto Nível à Saída*
- Codificação de Imagem  
*Imagem à Entrada → Fluxo Binário à Saída*

# Introdução à Análise e Processamento de Imagem

## Noções Básicas de Processamento de Imagem

Imagem  $I_r$  que resulta de processar uma imagem  $I$ , pode resultar de um **processamento**:

- *Pontual* -  $I_r[n, m] = f(I[n, m])$

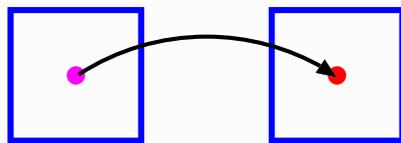
Em que o pixel resultante só depende do pixel da imagem original com as mesmas ordenadas.

- *Local* -  $I_r[n, m] = f(I[j, i]), [j, i] \in \text{Vizinhança de } [n, m]$

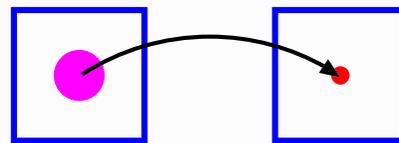
Em que o pixel resultante só depende dos pixels numa dada vizinhança do pixel da imagem original com as mesmas ordenadas.

- *Global* -  $I_r[n, m] = f(I[j, i]), \forall [j, i]$

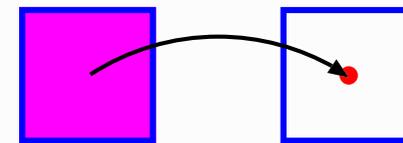
Em que o pixel resultante depende globalmente de todos os pixels da imagem original.



*Pontual*



*Local*



*Global*

# Introdução à Análise e Processamento de Imagem

---

## Formatos de Imagem

- *Formatos Computacionais com representação de pixel a pixel:*
  - **P**ortable **B**it **M**ap (PBM/PGM/PPM);
  - BMP (microsoft);
  - **T**ag **I**mage **F**ile **F**ormat (TIFF).
    - \* Formato complexo e genérico;
    - \* Geralmente usado pelas mesas digitalizadoras.

## Introdução à Análise e Processamento de Imagem

---

### Formatos de Imagem

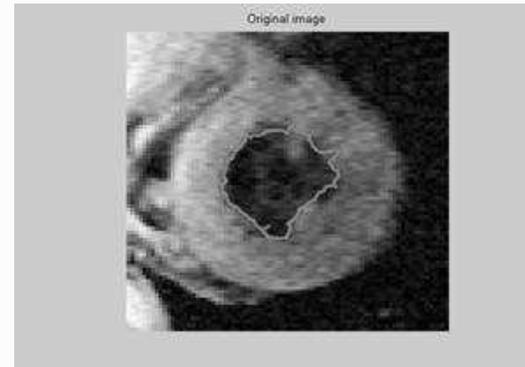
- *Formatos comprimidos:*
  - **Graphics Interchange Format (GIF)**
    - \* 256 cores disponíveis (8 bits de codificação  $\Rightarrow 2^8$ );
    - \* Compressão sem perdas Lempel-Ziv-Welch (LZW).
  - **Joint Photographic Expert Group (JPEG/JPEG2000/JBIG)**
    - \* Pode codificar imagens de 64K $\times$ 64K de 24 bits cada;
    - \* Compressão com Perdas;
- *Vídeo: Moving Picture Expert Group (MPEG)*

# Introdução à Análise e Processamento de Imagem

## Ferramentas de Análise e Processamento de Imagem

Técnicas usadas:

- Convolução, Análise de Fourier e Análise Estatística
- Filtragem
- Análise de Cor e Textura
- Técnicas de Obtenção de Arestas e de Segmentação
- Reconhecimento de Padrões



## Processamento de Imagem

### Sinais Bi-dimensionais Discretos

$f[n, m]$  - sucessão complexa,  $Z^2 \rightarrow C$

Impulso:

$$\delta[n, m] = \begin{cases} 1, & \text{para } [n, m] = [0, 0] \\ 0, & \text{para } [n, m] \neq [0, 0] \end{cases}$$

Função Escalão:

$$u[n, m] = \begin{cases} 1, & \text{para } n \geq 0 \text{ e } m \geq 0 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

## Processamento de Imagem

### Sinais Separáveis

$$x[n, m] = x_1[n] x_2[m] \text{ para qualquer } n \text{ e } m$$

Matricialmente:

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_1 \mathbf{x}_2^T$$

### Periódicidade

1 - *Periódicidade Rectangular*:  $x[n, m] = x[n + N, m] = x[n, m + M]$  Período  $N \times M$

2 - *Periódicidade Geral*: Sendo  $\mathbf{N} = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \end{bmatrix}$  e  $\mathbf{M} = \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix}$ . Neste caso:

$$x[n, m] = x[n + N_1, m + M_1] = x[n + N_2, m + M_2] \text{ com } \det(\mathbf{N}, \mathbf{M}) \neq 0$$

Forma matricial

$$x[\mathbf{n}] = x[\mathbf{n} + \tilde{\mathbf{N}}\mathbf{r}] \text{ com } \tilde{\mathbf{N}} = [\mathbf{N} \mathbf{M}]$$

## Processamento de Imagem

### Sistemas Lineares e Invariantes (ao Deslocamento)

Sistema Linear:

$$T \{a_1x_1[n, m] + a_2x_2[n, m]\} = a_1T \{x_1[n, m]\} + a_2T \{x_2[n, m]\}$$

Sistema Invariante (ao Deslocamento):

$$y[n, m] = T \{x[n, m]\} \Rightarrow y[n - n_0, m - m_0] = T \{x[n - n_0, m - m_0]\}$$

**Convolução Bidimensional:**

$$x[n, m] \oplus h[n, m] = \sum_k \sum_l x[k, l]h[n - k, m - l]$$

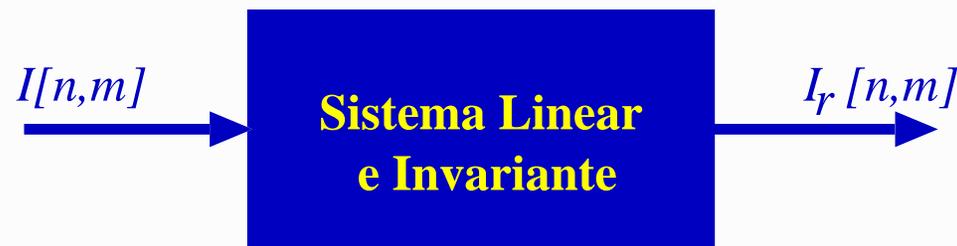
# Introdução à Análise e Processamento de Imagem

## Ferramentas de Processamento de Imagem

Convolução:

$$I_r[n, m] = I[n, m] \oplus h[n, m] = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \sum_{i=-\infty}^{\infty} I[j, i] \cdot h[n - j, m - i]$$

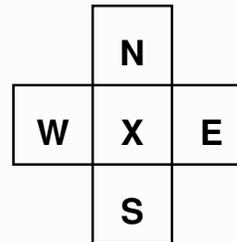
com  $h[n, m]$  função impulsiva do Sistema Linear e Invariante



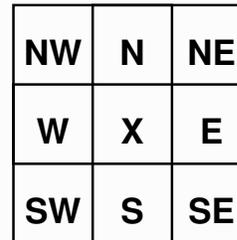
## Introdução à Análise e Processamento de Imagem

### Vizinhança de um pixel

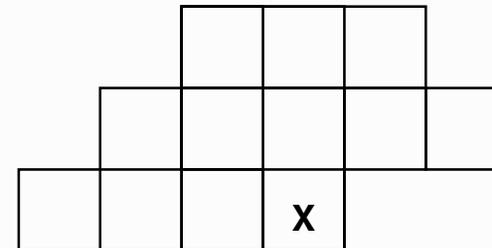
- Vizinhança de 4 pixels



- Vizinhança de 8 pixels



- Vizinhança genérica num sistema causal



# Introdução à Análise e Processamento de Imagem

## Exemplo de Máscaras

1	1	1
1	1	1
1	1	1

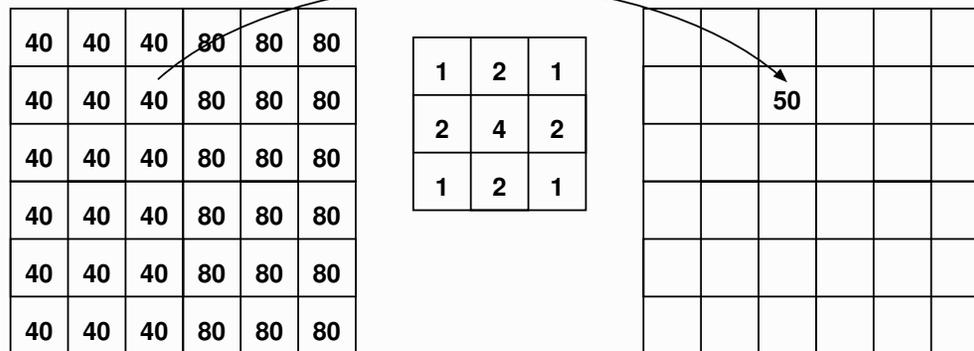
1	2	1
2	4	2
1	2	1

1
1
1
1

## Introdução à Análise e Processamento de Imagem

### Aplicação de Máscara a uma Imagem: Convolução

$$I_r[n, m] = I[n, m] \oplus h[n, m] = \sum_j \sum_i I[j, i] \cdot h[n - j, m - i]$$



Nota: As máscaras de convolução são normalmente normalizadas de forma a que a soma dos seus elementos seja 1. No caso da figura implica dividir todos os elementos por 16.

## Introdução à Análise e Processamento de Imagem

Convolução

Exemplo usando a máscara anterior



## Processamento de Imagem

### Propriedades da Convolução

1) Comutatividade:  $x \oplus y = y \oplus x$

2) Associatividade:  $x \oplus (y \oplus z) = (x \oplus y) \oplus z$

3) Distributividade:  $x \oplus (y + z) = x \oplus y + x \oplus z$

4) Elemento Identidade:  $\delta[n, m] \Rightarrow \delta \oplus x = x$

5) Elemento Absorvente:  $O[n, m] \Rightarrow O \oplus x = 0$

em que  $O[n, m] = 0$  para qualquer  $[n, m]$ .

## Processamento de Imagem

---

### Estabilidade de Sistemas 2-D

Um Sistema Estável é aquele em que uma pequena alteração na entrada, resulta numa pequena alteração à saída.

Estabilidade BIBO:

BIBO - "Bounded Input Bounded Output"

Num sistema LSI corresponde a dizer que:

$$\sum_k \sum_l |h[k, l]| < +\infty$$

## Introdução à Análise e Processamento de Imagem

### Transformada de Fourier - Resposta em Frequência

$$\mathbf{I}(\Omega, \Psi) = \mathcal{F} \{I[n, m]\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} I[n, m].e^{-j(\Omega n + \Psi m)}$$
$$I[n, m] = \mathcal{F}^{-1} \{\mathbf{I}(\Omega, \Psi)\} = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \mathbf{I}(\Omega, \Psi).e^{j(\Omega n + \Psi m)} d\Psi d\Omega$$

- Representa o sinal como uma soma pesada de exponenciais complexas  $e^{jq} = \cos(q) + j\sin(q)$
- Representa a distribuição de Frequências da imagem

## Processamento de Imagem

### Transformada de Fourier 2D

$$X(V, U) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x[n, m] e^{-j(Vn+Um)}$$

Transformada de Fourier de Sinal Discreto é periódica:

$$X(V, U) = X(V \pm 2\pi, U \pm 2\pi)$$

Transformada Inversa:

$$x[n, m] = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\pi}^{+\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} X(V, U) e^{+j(Vn+Um)} dV dU$$

## Processamento de Imagem

### Propriedades da Transformada de Fourier 2D

#### 1) Linearidade

$$\alpha x[n, m] + \beta y[n, m] \xleftrightarrow{TF} \alpha X(V, U) + \beta Y(V, U)$$

#### 2) Convolução

$$x[n, m] \oplus y[n, m] \xleftrightarrow{TF} X(V, U) Y(V, U)$$

#### 3) Multiplicação

$$x[n, m] y[n, m] \xleftrightarrow{TF} (X \oplus Y)(V, U) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\pi}^{+\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} X(v, \nu) Y(V - v, U - \nu) d\nu dv$$

#### 4) Modulação

$$x[n, m] e^{j(\nu n + \nu m)} \xleftrightarrow{TF} X(V - \nu, U - \nu), \text{ com } \nu, \nu \text{ inteiros}$$

#### 5) Deslocamento

$$x[n - k, m - l] \xleftrightarrow{TF} X(V, U) e^{-j(Vk + Ul)}, \text{ com } k, l \text{ inteiros}$$

## Processamento de Imagem

### Propriedades da Transformada de Fourier 2D

#### 6) Diferenciação no domínio da Frequência

$$-jnx[n, m] \stackrel{TF}{\leftrightarrow} \frac{\partial X(V, U)}{\partial V} \quad -jm x[n, m] \stackrel{TF}{\leftrightarrow} \frac{\partial X(V, U)}{\partial U}$$

#### 7) Valor inicial

$$x[0, 0] = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\pi}^{+\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} X(V, U) dV dU$$

#### 8) Valor DC

$$X(0, 0) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x[n, m]$$

#### 9) Sinal Separável

$$x[n, m] = x_1[n] x_2[m] \stackrel{TF}{\leftrightarrow} X_1(V) X_2(U)$$

## Processamento de Imagem

### Propriedades da Transformada de Fourier 2D

#### 10) Teorema de Parseval

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x[n, m] y^*[n, m] = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\pi}^{+\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} X(V, U) Y^*(V, U) dV dU$$

#### Potência

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} |x[n, m]|^2 = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\pi}^{+\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} |X(V, U)|^2 dV dU$$

## Processamento de Imagem

### Pares de Transformada de Fourier 2D

#### 1) Filtro passa-baixo ideal (banda quadrada)

$$H_s(V, U) = I_{U_c}(V)I_{U_c}(U) \text{ com } (V, U) \in [-\pi, \pi] \times [-\pi, \pi],$$

$$\text{com } I_{U_c} = \begin{cases} 1 & |U| < U_c, |V| < U_c \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$h_s[n, m] = \frac{\text{sen}(U_c n)}{\pi n} \frac{\text{sen}(U_c m)}{\pi m} \quad -\infty < n, m < +\infty$$

#### 2) Filtro passa-baixo ideal (banda circular)

$$H_c(V, U) = \begin{cases} 1 & \sqrt{V^2 + U^2} < U_c \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \text{ com } (V, U) \in [-\pi, \pi] \times [-\pi, \pi],$$

$$h_c[n, m] = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{U_c} u \int_{-\pi}^{+\pi} e^{j u r \cos(\theta)} d\theta du = \frac{U_c}{2\pi\sqrt{n^2 + m^2}} J_1 \left( U_c \sqrt{n^2 + m^2} \right)$$

## Processamento de Imagem

### Transformada Z Bidimensional

$$X(Z, W) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} x[n, m] Z^{-n} W^{-m}$$

Inversa:

$$x[n, m] = \frac{1}{(2\pi j)^2} \oint_{C_1} \oint_{C_2} X(Z, W) Z^{n-1} W^{m-1} dZ dW$$

## Introdução à Análise e Processamento de Imagem

Transformada Discreta de Fourier - DFT - Bidimensional

$$F[K, L] = \begin{cases} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} I[n, m] e^{-j2\pi\left(\frac{nK}{N} + \frac{mL}{M}\right)}, & (K, L) \in [0, N-1] \times [0, M-1] \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Transformada Discreta de Fourier Bidimensional - DFT - Inversa

$$I[n, m] = \begin{cases} \frac{1}{NM} \sum_{K=0}^{N-1} \sum_{L=0}^{M-1} F[K, L] e^{j2\pi\left(\frac{nK}{N} + \frac{mL}{M}\right)}, & [n, m] \in [0, N-1] \times [0, M-1] \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

## Introdução à Análise e Processamento de Imagem

### Transformadas Discretas de Fourier

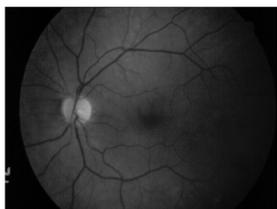
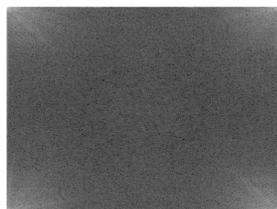
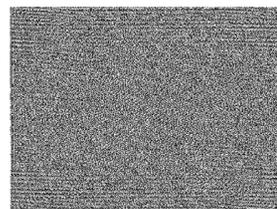


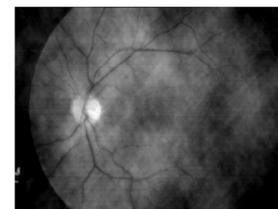
Imagem 1



Log do módulo da DFT da imagem 1



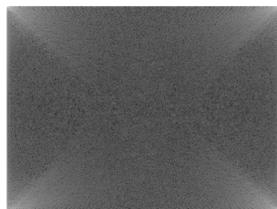
Fase da DFT da imagem 1



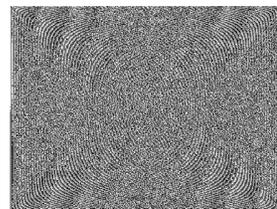
$DFT^{-1}$  obtida com módulo da image 2 e fase da imagem 1



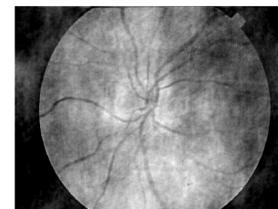
Imagem 2



Log do módulo da DFT da imagem 2



Fase da DFT da imagem 2



$DFT^{-1}$  obtida com módulo da image 1 e fase da imagem 2

## Dimensionamento de Filtros Bidimensionais

### Desenhos de Filtros FIR

- Filtro Ideal -  $h_I[n, m]$
- Janela -  $w[n, m]$
- Filtro FIR -  $h[n, m]$

$$h[n, m] = w[n, m]h_I[n, m] \xleftrightarrow{\text{TF}} H(V, U) = W(V, U) \circledast H_I(V, U)$$

com  $\circledast$  - convolução periódica com período fundamental  $[-\pi, \pi] \times [-\pi, \pi]$

$$H(V, U) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \int_{[-\pi, \pi] \times [-\pi, \pi]} W(S, R) H(V - S, U - R) dS dR$$

## Dimensionamento de Filtros Bidimensionais

---

### Desenhos de Filtros FIR

Propriedades desejadas para  $w[n, m]$

- $w[n, m]$  deve estar num rectângulo de  $N \times M$ .
- $w[n, m]$  deve aproximar uma função com simetria circular (sob o seu centro) e deve ser real.
- O volume de  $w[n, m]$  deve ser concentrado no domínio espacial.
- O volume de  $W(V, U)$  deve ser concentrado no domínio de frequência.

## Dimensionamento de Filtros Bidimensionais

---

Janelas Rectangulares separáveis

$$w_S[n, m] = w_1[n] w_2[m]$$

*Nota:* Utilização de janelas 1-D

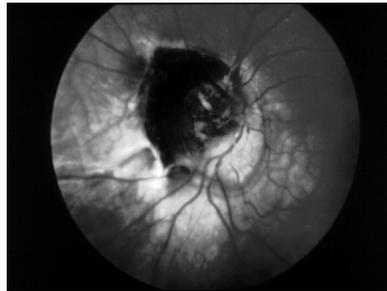
Janelas Circulares

$$w_C[n, m] = w_1 \left[ \sqrt{n^2 + m^2} \right]$$

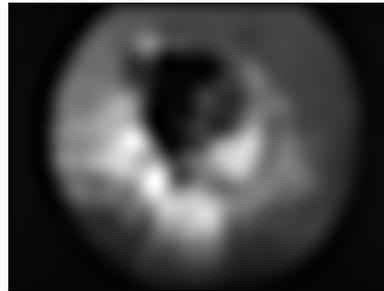
*Nota:* Oferece melhor simetria circular

## Introdução à Análise e Processamento de Imagem

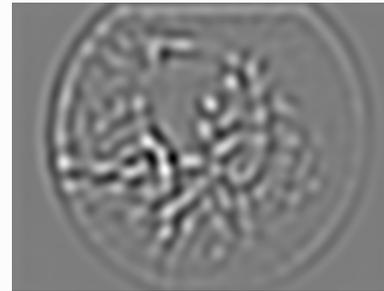
### Filtragem



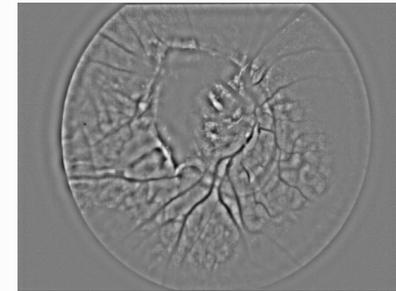
Original



passa-baixo



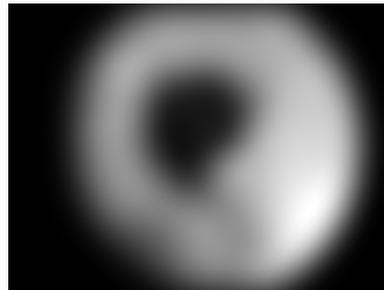
passa-banda



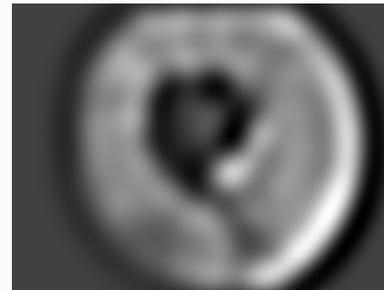
passa-alto



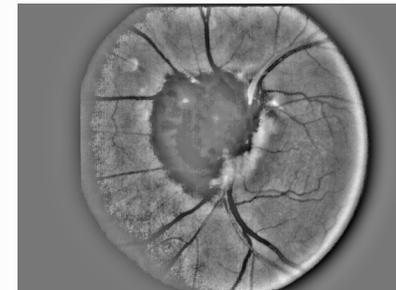
Original



passa-baixo



passa-banda



passa alto

## Enriquecimento e Filtragem de Imagem

### Remoção de Ruído

Imagens binárias são muitas vezes corrompidas por ruído "Salt & Pepper".

Usa-se uma máscara com os oito vizinhos; Se os oito vizinhos são da mesma cor e o pixel tiver uma cor diferente é considerado que se está na presença de ruído e a cor do pixel é alterada.

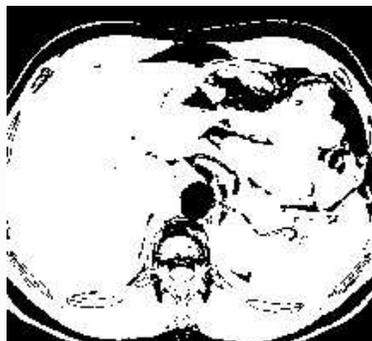
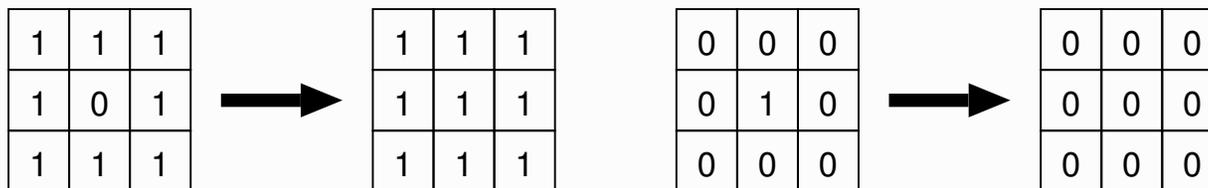


Imagem original.

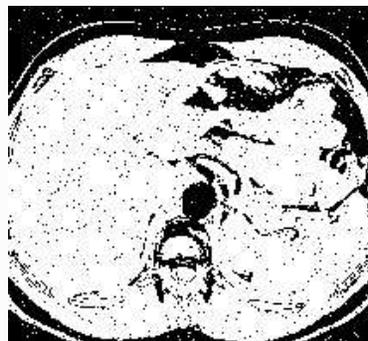


Imagem com Ruído Salt & Pepper.

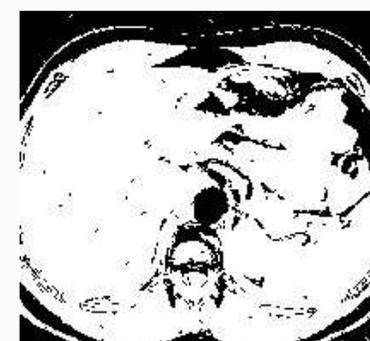


Imagem depois da remoção do Ruído

## Enriquecimento e Filtragem de Imagem

### Suavização da Imagem

Suavizar uma imagem permite suavizar o efeito do ruído.

Filtro “box”(médio):

$$I_r[n, m] = \frac{1}{K^2} \sum_{i=-K}^K \sum_{j=-K}^K I[n - j, m - i]$$



Imagem original



Imagem com aditivo ruído  
gaussiano

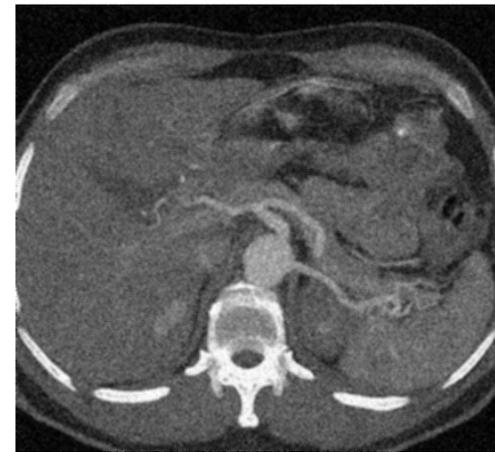


Imagem filtrada com filtro  
médio de dimensão 3 -  $K = 1$

## Enriquecimento e Filtragem de Imagem

### Filtro Mediano

- ◇ Os pixels na janela do filtro são ordenados por ordem crescente.
- ◇ O pixel do meio dessa ordem é seleccionado para substituir o pixel  $I[n, m]$ .



Imagem original



Imagem com aditivo ruído gaussiano



Imagem resultante com filtro mediano de dimensão 3

## Enriquecimento e Filtragem de Imagem

### Filtro Gaussiano

O filtro Gaussiano faz uma média ponderada pela função gaussiana

$$g(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-d^2/(2\sigma^2)} \quad \text{com} \quad d = \sqrt{(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2}$$



Imagem original

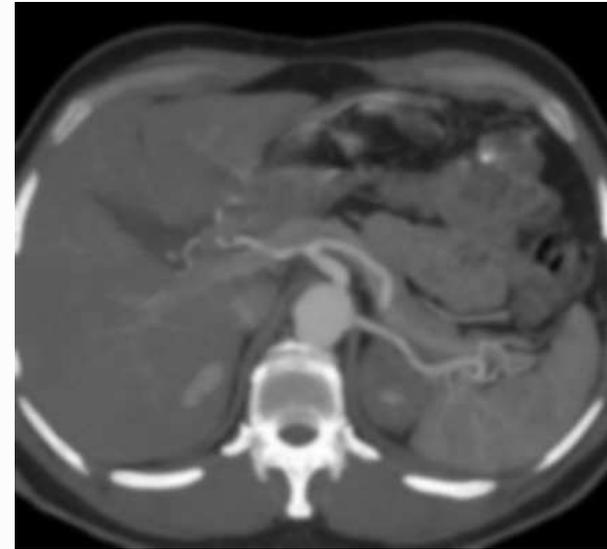


Imagem filtrada ( $\sigma = 2$ )

## Enriquecimento e Filtragem de Imagem

### Filtro Gaussiano



Imagem original

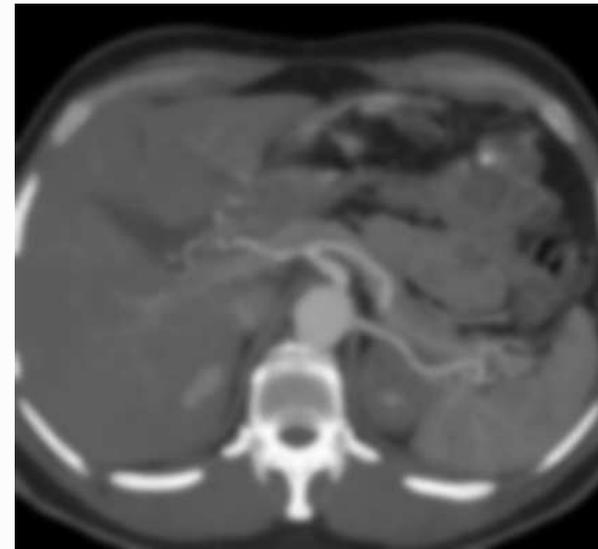


Imagem filtrada ( $\sigma = 2\sqrt{2}$ )

## Enriquecimento e Filtragem de Imagem

### Filtro Gaussiano

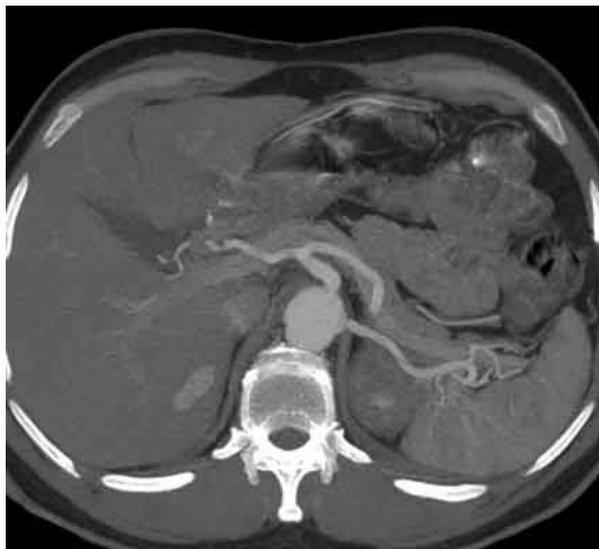


Imagem original

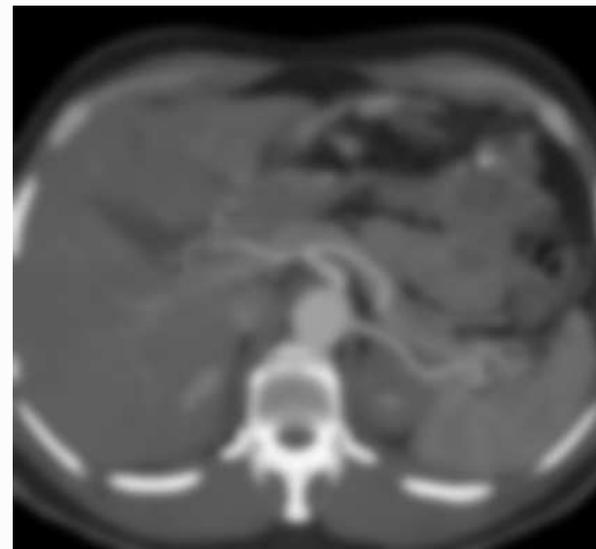


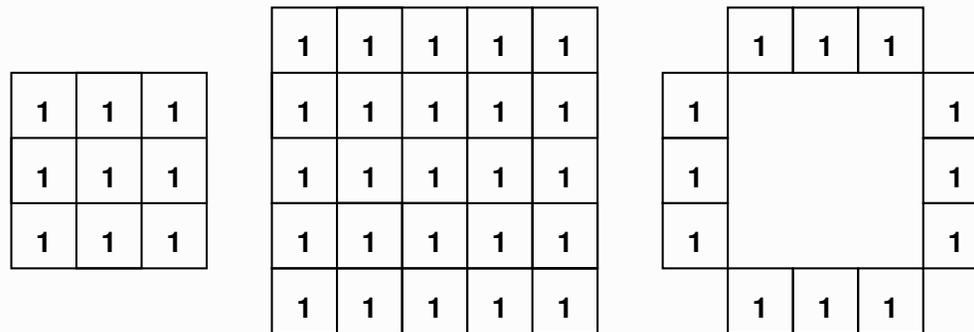
Imagem filtrada ( $\sigma = 4$ )

## Morfologia de Imagem

- Binária
- Multinível

### Elementos Estruturantes - $S$

Baseia-se num elemento estruturante  $S$  que representa uma forma



Exemplos de elementos estruturantes binários.

## Morfologia de Imagem

---

### Morfologia de Imagem Binária

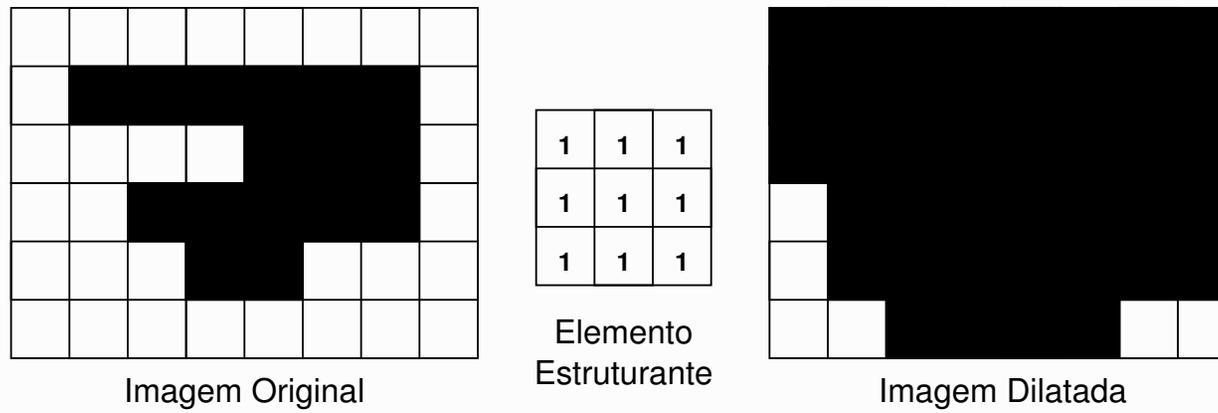
As Operações Morfológicas sob Imagens Binárias mais importantes são:

- Dilatação → *Alarga as regiões*
- Erosão → *Diminui as regiões*
- Fecho ("Closing") → *Tende a fechar buracos interiores interiores à região e a eliminar as baías nos limites da região*
- Abertura ("Opening") → *Tende a retirar pequenas porções ou regiões que saem dos limites*

## Morfologia de Imagem

### Morfologia de Imagem Binária - Dilatação

A dilatação binária coloca cada pixel de imagem resultante a 1 desde que a imagem original tenha dentro do Elemento Estruturante um pixel a 1.



Exemplo de Dilatação Morfológica Binária.

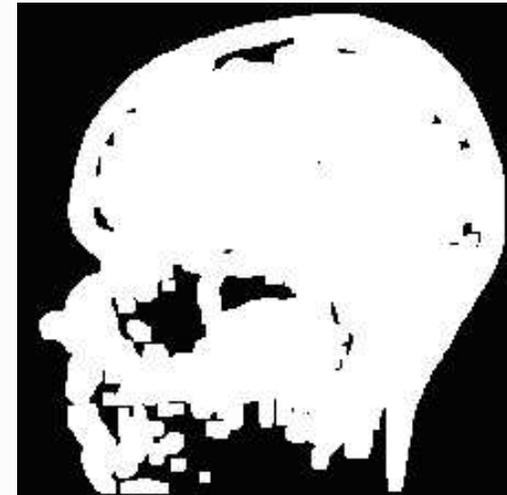
## Morfologia de Imagem

### Morfologia de Imagem Binária - Dilatação



1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1

Elemento  
Estruturante

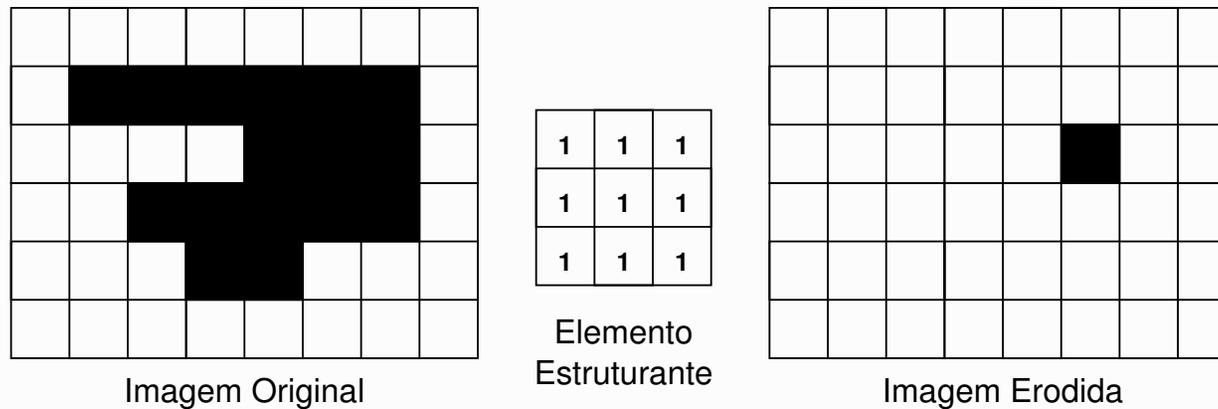


Exemplo de Dilatação Morfológica Binária.

## Morfologia de Imagem

### Morfologia de Imagem Binária - Erosão

A Erosão Binária coloca cada pixel de imagem resultante a 0 desde que a imagem original tenha dentro do Elemento Estruturante um pixel a 0.



Exemplo de Erosão Morfológica Binária.

## Morfologia de Imagem

### Morfologia de Imagem Binária - Erosão



1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1

Elemento  
Estruturante



Exemplo de Erosão Morfológica Binária.

## Morfologia de Imagem

### Morfologia de Imagem Binária - Fecho ("Closing")

A Operação Morfológica de Fecho consiste na Aplicação da Operação de Dilatação seguida da Operação de Erosão sobre a imagem Dilatada.

*Origina o Fecho de Buracos nas Regiões e a Eliminação de Baías nos limites da regiões*



1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1

Elemento  
Estruturante



Exemplo de Fecho Morfológico Binário.

## Morfologia de Imagem

### Morfologia de Imagem Binária - Abertura ("Opening")

A Operação Morfológica de Abertura consiste na Aplicação da Operação de Erosão seguida da Operação de Dilatação sobre a imagem Erodida.

*Retira pequenas porções ou regiões que saem dos limites*



1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1

Elemento  
Estruturante



Exemplo de Abertura Morfológica Binária.

## Morfologia de Imagem

---

### Morfologia de Imagem Multinível

As Operações Morfológicas sob Imagens Multinível mais importantes são:

- Dilatação, Erosão, Fecho ("Closing") e Abertura ("Opening")
- Gradiente → *Realça os limites das Regiões*

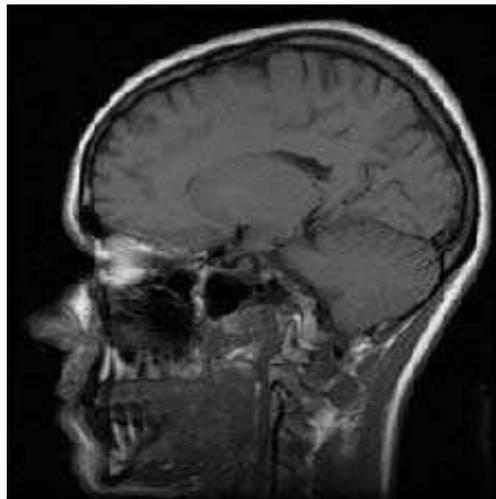
### Elementos Estruturantes

São imagens Multinível com uma forma arbitrária.

## Morfologia de Imagem

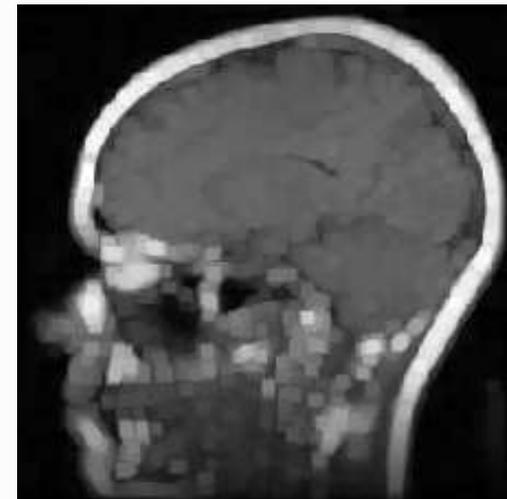
### Morfologia de Imagem Multinível - Dilatação

$$D(Img, S) = \max_{[j, i] \in S} \{Img[n - j, m - i] + S[j, i]\}$$



0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

Elemento  
Estruturante

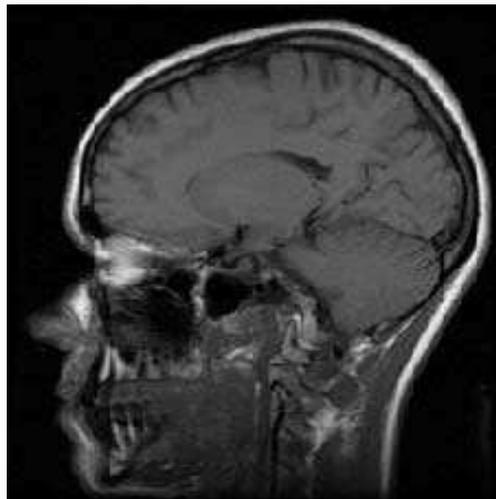


Exemplo de Dilatação Morfológica Multinível.

## Morfologia de Imagem

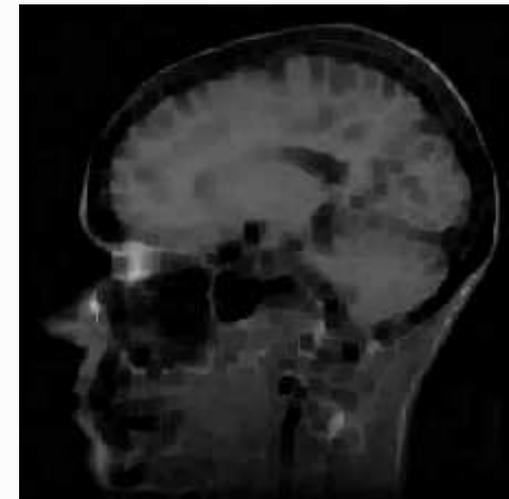
### Morfologia de Imagem Multinível - Erosão

$$E(Img, S) = \min_{[j, i] \in S} \{Img[n + j, m + i] - S[j, i]\}$$



0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

Elemento  
Estruturante

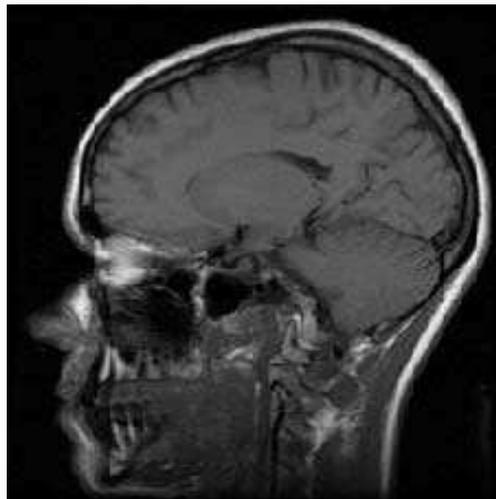


Exemplo de Erosão Morfológica Multinível.

## Morfologia de Imagem

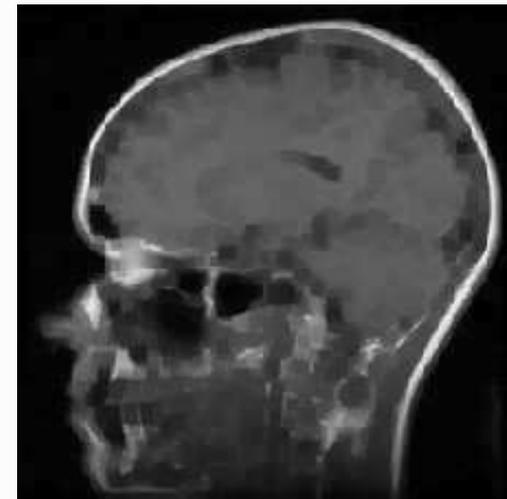
### Morfologia de Imagem Multinível - Fecho ("Closing")

$$F(Img, S) = E(D(Img, S), S)$$



0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

Elemento  
Estruturante

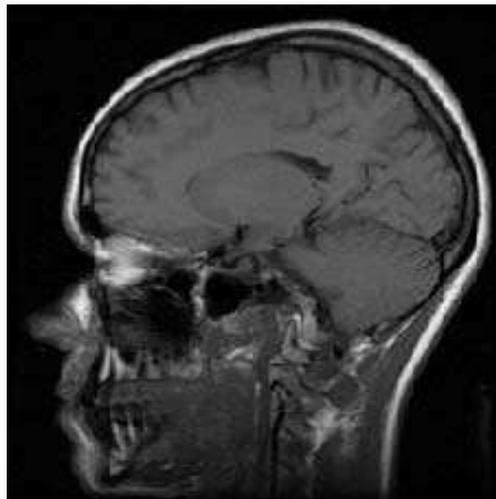


Exemplo de Fecho Morfológico Multinível.

## Morfologia de Imagem

### Morfologia de Imagem Multinível - Abertura ("Opening")

$$F(Img, S) = D(E(Img, S), S)$$



0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0
0	0	0	0	0

Elemento  
Estruturante



Exemplo de Abertura Morfológica Multinível.

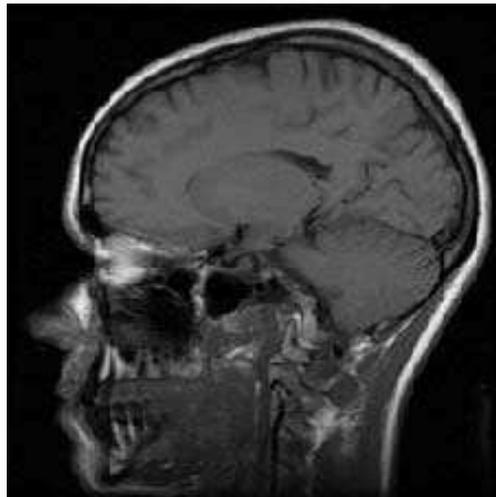
## Morfologia de Imagem

### Morfologia de Imagem Multinível - Gradiente

A Operação Morfológica Gradiente consiste na subtração da imagem Dilatada pela imagem Erodida.

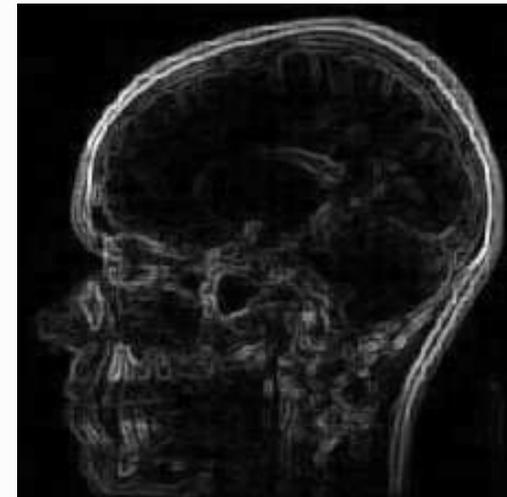
*Realça os limites das regiões*

$$F(Img, S) = D(Img, S) - E(Img, S)$$



0	0	0
0	0	0
0	0	0

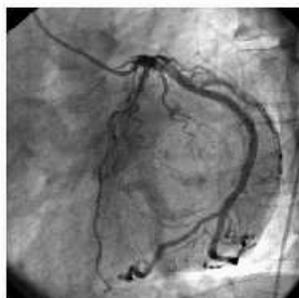
Elemento  
Estruturante



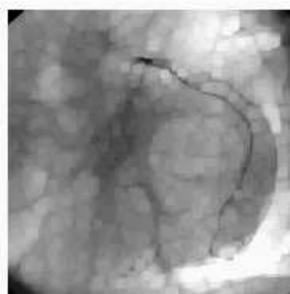
Exemplo de Gradiente Morfológico.

## Morfologia de Imagem

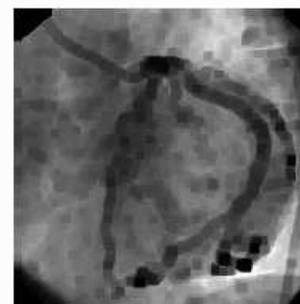
### Morfologia de Imagem Multinível - Exemplo



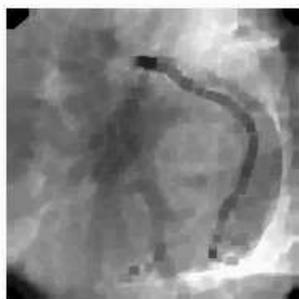
Original



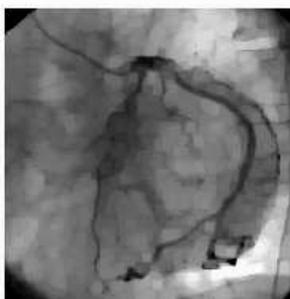
Dilatada



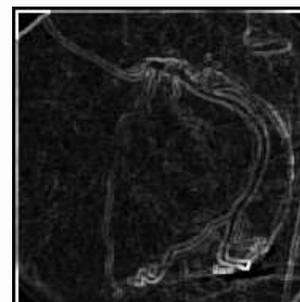
Erodida



Fecho



Abertura



Gradiente

## Filtros de Estimação Linear

---

As técnicas de **Estimação Linear** aplicam-se para estimar uma imagem que é corrompida com ruído.

O objectivo destas técnicas é a de estimar a imagem, de forma a que ela possa ser visualizada com redução de ruído.

Dois Filtros são especialmente considerados:

- Filtro de Wiener
- Filtro de Kalman

## Filtros de Estimação Linear

### Filtro de “Wiener”

Pretende obter uma estimativa,  $\hat{I}[n, m]$ , de uma imagem,  $I[n, m]$  que foi corrompida por ruído aditivo,  $I_r[n, m] = I[n, m] + v[n, m]$

$$\hat{I}[n, m] = h_W[n, m] \oplus I_r[n, m]$$

Sendo  $I_r[n, m]$  a imagem com ruído,  $\hat{I}[n, m]$  a estimativa da imagem e  $h_W[n, m]$  o filtro de Wiener.

A transformada de Fourier do Filtro de Wiener é dada por:

$$H_W(U, V) = \frac{P_I(U, V)}{P_I(U, V) + P_v(U, V)}$$

sendo  $P_I(U, V)$  é o Espectro de Potência da imagem, obtida pelo cálculo da transformada de Fourier autocorrelação da imagem e  $P_v(U, V)$  é o espectro de Potência do ruído.

## Filtros de Estimação Linear

### Filtro de “Wiener”



Imagem Original



Imagem com Ruído e “blurring”



Estimativa obtida pelo Filtro de Wiener

## Filtros de Estimação Linear

### Filtro de “Wiener”



Imagem original



Imagem com aditivo ruído  
gaussiano

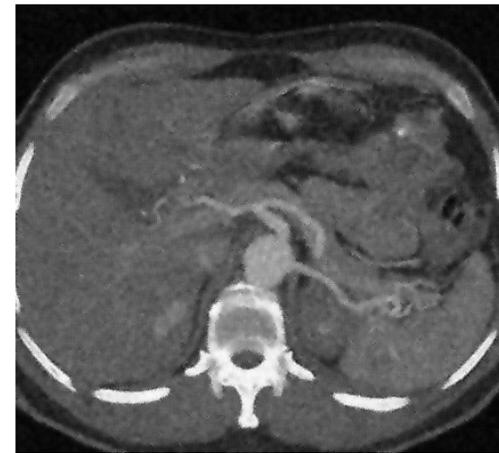


Imagem filtrada

## Filtros de Estimação Linear

### Filtro de Kalman

Considerando a imagem  $x[n, m] = \sum_{[j,i] \in \mathfrak{R}_{\oplus+}} c_{j,i} x[n-j, m-i] + w[n, m]$  em que

$w[n, m]$  é ruído aditivo.

A versão da imagem observável, corrompida com ruído

$$y[n, m] = \sum_{[j,i] \in \mathfrak{R}_{\oplus+}} h[j, i] x[m-j, n-i] + v[m, n]$$

em que  $v[n, m]$  é ruído aditivo.

## Filtros de Estimação Linear

### Filtro de Kalman

O filtro de Kalman é dado pela seguinte solução iterativa:

*Preditor*

$$\hat{x}_b^{[n,m]}[n, m] = \sum_{[s,r] \in \mathfrak{R}_{\oplus+}} c_{s,r} \hat{x}_a^{[m,n-1]}[m - s, n - r],$$

$$\hat{x}_b^{[n,m]}[j, i] = \hat{x}_a^{[m,n-1]}[j, i], \quad [j, i] \in S_{\oplus+}[n, m]$$

*“Update”*

$$\hat{x}_a^{[n,m]}[j, i] = \hat{x}_b^{[n,m]}[j, m] + K^{[n,m]}[n - j, m - i] \times$$

$$\left[ y[n, m] - \sum_{[s,r] \in \mathfrak{R}_{\oplus+}} h[s, r] \hat{x}_b^{[n,m]}[n - s, m - r] \right]$$

para

$$[j, i] \in S_{\oplus+}[n, m]$$

## Filtros de Estimação Linear

### Filtro de Kalman

*Antes da “Update”*

$$R_b^{[n,m]}[n, m; j, i] = \sum_{[s,r] \in \mathfrak{R}_{\oplus+}} c_{s,r} R_a^{[n,m]}[n - s, m - r; j, i]$$

para

$$[j, i] \in S_{\oplus+}[n, m]$$

$$R_b^{[n,m]}[n, m; n, m] = \sum_{[s,r] \in \mathfrak{R}_{\oplus+}} c_{s,r} R_a^{[n,m]}[n, m; n - s, m - r] + \sigma_w^2$$

## Filtros de Estimação Linear

### Filtro de Kalman

*Depois da “Update”*

$$R_a^{[n,m]}[j, i; s, r] = R_b^{[n,m]}[j, i; s, r] - K^{[n,m]}[n - j, m - i]R_b^{[n,m]}[n, m; s, r]$$

para

$$[j, i] \in S_{\oplus+}[n, m]$$

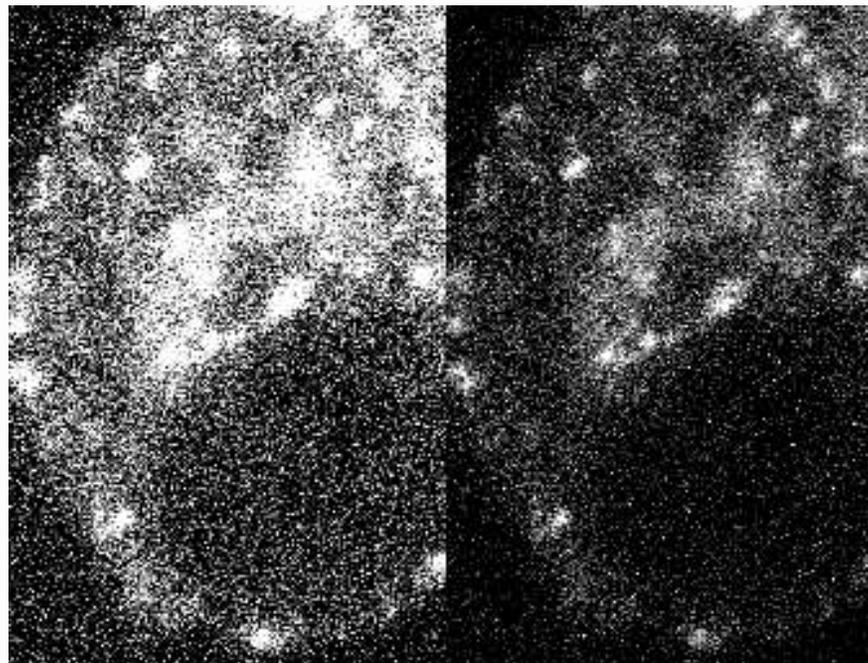
*Ganho de Kalman*

$$K^{[n,m]}[s, r] = R_b^{[n,m]}[n, m; n - s, m - r] / \left( R_b^{[n,m]}[n, m; n, m] + \sigma_v^2 \right)$$

## Filtros de Estimação Linear

Filtro de Kalman

*Exemplo*



Estimativa obtida pelo Filtro de Kalman